

# 数学 I ・ 数学 A

## 第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕  $p, q$  を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの 2 次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

① または ② を満たす実数  $x$  の個数を  $n$  とおく。

(1)  $p = 4, q = -4$  のとき,  $n = \boxed{\text{ア}}$  である。

また,  $p = 1, q = -2$  のとき,  $n = \boxed{\text{イ}}$  である。

(2)  $p = -6$  のとき,  $n = 3$  になる場合を考える。

花子：例えば、① と ② をともに満たす実数  $x$  があるときは  $n = 3$  になりそうだね。

太郎：それを  $a$  としたら、 $a^2 - 6a + q = 0$  と  $a^2 + qa - 6 = 0$  が成り立つよ。

花子：なるほど。それならば、 $a^2$  を消去すれば、 $a$  の値が求められそうだね。

太郎：確かに  $a$  の値が求まるけど、実際に  $n = 3$  となっているかどうかの確認が必要だね。

花子：これ以外にも  $n = 3$  となる場合がありそうだね。

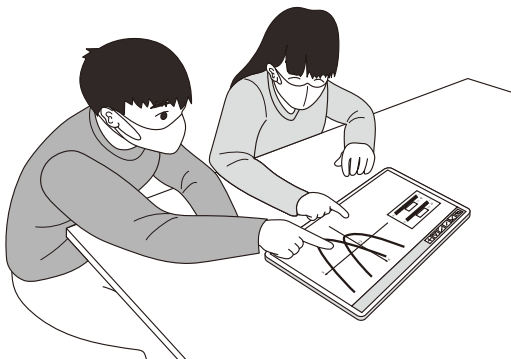
$n = 3$  となる  $q$  の値は

$$q = \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$  とする。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①、②の左辺を  $y$  とおいた 2 次関数  $y = x^2 + px + q$  と  $y = x^2 + qx + p$  のグラフの動きを考えている。



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

# 数学 I ・ 数学 A

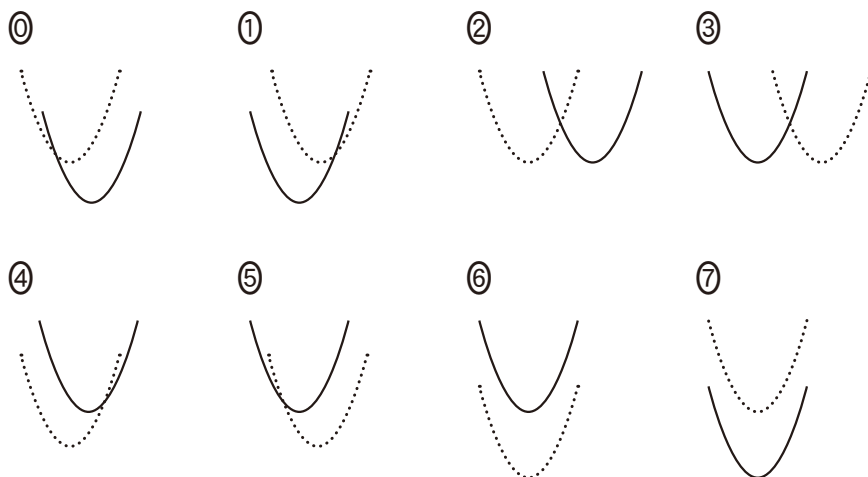
$p = -6$  に固定したまま,  $q$  の値だけを変化させる。

$$y = x^2 - 6x + q \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

の二つのグラフについて,  $q = 1$  のときのグラフを点線で,  $q$  の値を 1 から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき, ③のグラフの移動の様子を示すと **オ** となり, ④のグラフの移動の様子を示すと **カ** となる。

**オ**, **カ** については, 最も適当なものを, 次の①~⑦のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。なお,  $x$  軸と  $y$  軸は省略しているが,  $x$  軸は右方向,  $y$  軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (4)  $\boxed{\text{ウ}} < q < \boxed{\text{エ}}$  とする。全体集合  $U$  を実数全体の集合とし、  
 $U$  の部分集合  $A, B$  を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 $U$  の部分集合  $X$  に対し、 $X$  の補集合を  $\overline{X}$  と表す。このとき、次のことが成り立つ。

- $x \in A$  は、 $x \in B$  であるための  $\boxed{\text{キ}}$ 。
- $x \in B$  は、 $x \in \overline{A}$  であるための  $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$ ， $\boxed{\text{ク}}$  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない  
 ② 十分条件であるが、必要条件ではない  
 ③ 必要十分条件である  
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)