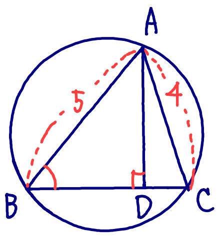
## 数学Ⅰ・数学A

〔3〕 外接円の半径が 3 である △ABC を考える。点 A から直線 BC に引いた垂線と直線 BC との交点を D とする。

(配点 14点)




(1) AB = 5，AC = 4 とする。このとき

$\sin\angle ABC = \dfrac{\boxed{2}\ ソ}{\boxed{3}\ タ}$， (3点)　AD $= \dfrac{\boxed{10}\ チツ}{\boxed{3}\ テ}$ (3点)

である。

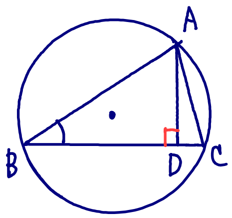
∠ABC = B とし，△ABC に正弦定理を用いて

$\dfrac{4}{\sin B} = 2\cdot 3$

よって $\sin B = \boxed{\dfrac{2}{3}}$ ソ タ

AD $= AB\sin B = 5\cdot\dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{10}{3}}$ チツ テ

↑
(2) でも同じことをする!




(2) 2 辺 AB，AC の長さの間に 2 AB + AC = 14 の関係があるとする。

このとき，AB の長さのとり得る値の範囲は $\boxed{4}$ ト ≦ AB ≦ $\boxed{6}$ ナ (3点)

であり

AD $= \dfrac{\boxed{-1}\ ニヌ}{\boxed{3}\ ネ}AB^2 + \dfrac{\boxed{7}\ ノ}{\boxed{3}\ ハ}AB$ (3点)

と表せるので，AD の長さの最大値は $\boxed{4}$ ヒ である。(3点)

2AB + AC = 14

より

AC = 14 − 2AB …①

円の直径が 6 であるから

$\begin{cases} AB \leqq 6 & \cdots ② \\ AC \leqq 6 & \cdots ③ \end{cases}$

① を ③ へ代入して

14 − 2AB ≦ 6

∴ 4 ≦ AB …③'

② かつ ③' より

$\boxed{4}$ ≦ AB ≦ $\boxed{6}$ …④
ト ナ

ABC = B とし，△ABC に正弦定理を用いて

$\dfrac{AC}{\sin B} = 2\cdot 3$

$\therefore\ \sin B = \dfrac{AC}{6} = \dfrac{14 - 2AB}{6}$ (∵①)

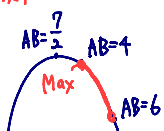
$= -\dfrac{1}{3}AB + \dfrac{7}{3}$ …⑤

$AD = AB\sin B$

$= AB\left(-\dfrac{1}{3}AB + \dfrac{7}{3}\right)$ (∵⑤)

$= \boxed{-\dfrac{1}{3}AB^2 + \dfrac{7}{3}AB}$ ニヌ ネ ノ ハ ← AB の2次関数

$= -\dfrac{1}{3}\left(AB - \dfrac{7}{2}\right)^2 + \dfrac{49}{12}$




④ より AB = 4 のとき AD の長さの最大値 $\boxed{4}$ ヒ

補) AB = 4 のとき ① から AC = 6 つまり AC は円の直径で B = 90°

このことから AD = AB = 4 がわかる (sin B = 1)