

第3問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて29ページの正規分布表を用いてもよい。

Q高校の校長先生は、ある日、新聞で高校生の読書に関する記事を読んだ。そこで、Q高校の生徒全員を対象に、直前の1週間の読書時間に関して、100人の生徒を無作為に抽出して調査を行った。その結果、100人の生徒のうち、この1週間に全く読書をしなかった生徒が36人であり、100人の生徒のこの1週間の読書時間(分)の平均値は204であった。Q高校の生徒全員のこの1週間の読書時間の母平均を  $m$ 、母標準偏差を 150 とする。

- (1) 全く読書をしなかった生徒の母比率を 0.5 とする。このとき、100人の無作為標本のうちで全く読書をしなかった生徒の数を表す確率変数を  $X$  とすると、 $X$  は  に従う。また、 $X$  の平均(期待値)は 、標準偏差は  である。
- ア(2点) イウ(2点)  
エ(2点)

については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| ① 正規分布 $N(0, 1)$     | ① 二項分布 $B(0, 1)$     |
| ② 正規分布 $N(100, 0.5)$ | ③ 二項分布 $B(100, 0.5)$ |
| ④ 正規分布 $N(100, 36)$  | ⑤ 二項分布 $B(100, 36)$  |

(1) 母比率 0.5, 100人の無作為標本のうちで全く読書を  
しなかった生徒の数を表す確率変数を  $X$  とすると  
 $X = k$  ( $k=0, 1, 2, \dots, 100$ ) とする確率が  ${}_{100}C_k (0.5)^k (1-0.5)^{100-k}$   
と表せらる。

よって  $X$  は  に従う

$X$  の期待値は  $100 \cdot 0.5 = 100 \cdot \frac{1}{2} = \input{type="text" value="50"} \rightarrow$  イウ

$X$  の標準偏差は  $\sqrt{100 \cdot 0.5(1-0.5)} = \sqrt{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \input{type="text" value="5"} \rightarrow$  エ

(2)  $X$ は近似的に正規分布  $N(50, 25)$  に従う。

$$Z = \frac{X-50}{5}$$

とみると  $Z$ は  $N(0,1)$  に従う

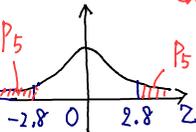
$$\begin{aligned} p_5 &= P(X \leq 36) \\ &= P(Z \leq -\frac{14}{5}) \\ &= P(\frac{14}{5} \leq Z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= P(2.8 \leq Z) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2.8) \end{aligned}$$

$$= 0.5 - 0.4974 \quad \text{正規分布表}$$

$$= 0.0026$$

$$\approx 0.003 \quad \text{①オ}$$



母比率を  $0.4$  とするとき  $B(100, 0.4)$  に従う

$X$ の平均は  $100 \cdot 0.4 = 40$

$X$ の標準偏差は  $\sqrt{100 \cdot 0.4 \cdot 0.6} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

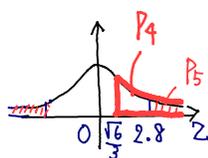
$X$ は近似的に  $N(40, 24)$  に従う

$$Z = \frac{X-40}{2\sqrt{6}}$$

とみると  $Z$ は  $N(0,1)$  に従う

$$\begin{aligned} p_4 &= P(X \leq 36) \\ &= P(Z \leq -\frac{\sqrt{6}}{3}) \\ &= P(\frac{\sqrt{6}}{3} \leq Z) \end{aligned}$$

よって  $\frac{\sqrt{6}}{3} < 2.8$  であるから  $P(\frac{\sqrt{6}}{3} \leq Z) > P(2.8 \leq Z)$  である  $p_4 > p_5$  ②カ



(2) 標本の大きさ 100 は十分に大きいので、100 人のうち全く読書をしなかった生徒の数は近似的に正規分布に従う。

全く読書をしなかった生徒の母比率を  $0.5$  とするとき、全く読書をしなかった生徒が 36 人以下となる確率を  $p_5$  とおく。  $p_5$  の近似値を求めると、

$p_5 = \text{①}$  である。  $0.003$

また、全く読書をしなかった生徒の母比率を  $0.4$  とするとき、全く読書をしなかった生徒が 36 人以下となる確率を  $p_4$  とおくと、  $\text{②}$  である。

オについては、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

①	0.001	④	0.003	②	0.026
③	0.050	⑤	0.133	⑥	0.497

カの解答群

①	$p_4 < p_5$	②	$p_4 = p_5$	③	$p_4 > p_5$
---	-------------	---	-------------	---	-------------

(3) 1 週間の読書時間の母平均  $m$  に対する信頼度 95% の信頼区間を  $C_1 \leq m \leq C_2$  とする。標本の大きさ 100 は十分に大きいことと、1 週間の読書時間の標本平均が 204、母標準偏差が 150 であることを用いると、

$C_1 + C_2 = 408$ ,  $C_2 - C_1 = 58$ ,  $8$  であることがわかる。

また、母平均  $m$  と  $C_1, C_2$  については、 $\text{③}$  である。

スの解答群

①	$C_1 \leq m \leq C_2$ が必ず成り立つ
②	$m \leq C_2$ は必ず成り立つが、 $C_1 \leq m$ が成り立つとは限らない
③	$C_1 \leq m$ は必ず成り立つが、 $m \leq C_2$ が成り立つとは限らない
④	$C_1 \leq m$ も $m \leq C_2$ も成り立つとは限らない

$$P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$$

$$\begin{aligned} C_1 &= 204 - 1.96 \cdot \frac{150}{\sqrt{100}} \\ &= 204 - 1.96 \cdot 15 \\ C_2 &= 204 + 1.96 \cdot \frac{150}{\sqrt{100}} \\ &= 204 + 1.96 \cdot 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= 408 \\ C_2 - C_1 &= 2 \cdot 1.96 \cdot 15 \\ &= 58.8 \end{aligned}$$

補  $p_5$  は  $N(50, 24)$   
 $p_4$  は  $N(40, 25)$

に従う  
分散は 24, 25 だけ同じだから  
平均は 50, 40 が大きくなる  
36 より小さいのは平均 40 の方が起こりやすい  
 $p_4 > p_5$

この調査を 100 回行い、795 回  $C_1 \leq m \leq C_2$  が成り立つということはない  
 $C_1 \leq m$  も  $m \leq C_2$  も成り立つとは限らない  
③ス

数学Ⅱ・数学B

(4) Q高校の図書委員長も、校長先生と同じ新聞記事を読んだため、校長先生が調査をしていることを知らずに、図書委員会として校長先生と同様の調査を独自に行った。ただし、調査期間は校長先生による調査と同じ直前の1週間であり、対象をQ高校の生徒全員として100人の生徒を無作為に抽出した。その調査における、全く読書をしなかった生徒の数を  $n$  とする。

校長先生の調査結果によると全く読書をしなかった生徒は36人であり、

③。

で(1点)

無作為に抽出する100人の生徒において結果は変わるのぞ

$n$  と 36 の大小はわからない ③セ

セ の解答群

- ①  $n$  は必ず 36 に等しい                       ④  $n$  は必ず 36 未満である  
 ②  $n$  は必ず 36 より大きい                       ③  $n$  と 36 との大小はわからない

標本平均を  $\bar{X}$  とし

$$D_1 = \bar{X} - 1.96 \frac{150}{\sqrt{100}}$$

$$= \bar{X} - 1.96 \cdot 15$$

$$D_2 = \bar{X} + 1.96 \cdot 15$$

$$D_2 - D_1 = 2 \cdot 1.96 \cdot 15$$

よて

$$C_2 - C_1 = D_2 - D_1$$

よて

(5) (4)の図書委員会が行った調査結果による母平均  $m$  に対する信頼度 95% の信頼区間を  $D_1 \leq m \leq D_2$ 、校長先生が行った調査結果による母平均  $m$  に対する信頼度 95% の信頼区間を (3) の  $C_1 \leq m \leq C_2$  とする。ただし、母集団は同一であり、1週間の読書時間の母標準偏差は150とする。

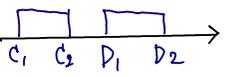
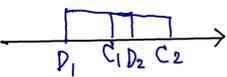
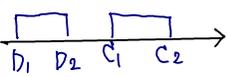
このとき、次の①~⑤のうち、正しいものは  ② と  ④ である。

γ                      γ                      (γ, γ 各2点と4点)

ソ,  タ の解答群(解答の順序は問わない。)

④は正しく③⑤は正しくない

$D_1, D_2$  は  $\bar{X}$  に  $\pm 1.96$  変わるぞ



- ①  $C_1 = D_1$  と  $C_2 = D_2$  が必ず成り立つ。  
 ②  $C_1 < D_2$  または  $D_1 < C_2$  のどちらか一方のみが必ず成り立つ。  
 ③  $D_2 < C_1$  または  $C_2 < D_1$  となる場合もある。  
 ④  $C_2 - C_1 > D_2 - D_1$  が必ず成り立つ。  
 ⑤  $C_2 - C_1 = D_2 - D_1$  が必ず成り立つ。  
 ⑥  $C_2 - C_1 < D_2 - D_1$  が必ず成り立つ。

$D_2 < C_1$  または  $C_2 < D_1$  となる場合もあるぞ

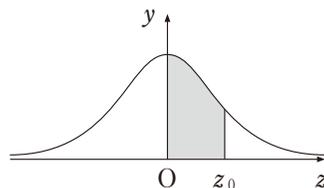
②は正しく, ①, ④は正しくない

よて 正しいものは

② と  ④ γ, γ

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



$z_0$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990