

数学Ⅱ・数学B

[2] 二つの関数 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$ について考える。

- (1) $f(0) = \boxed{\text{セ}}$, $g(0) = \boxed{\text{ソ}}$ である。また, $f(x)$ は相加平均と相乗平均の関係から, $x = \boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チ}}$ をとる。
 $g(x) = -2$ となる x の値は $\log_2(\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} - \boxed{\text{テ}})$ である。

(2) 次の①~④は, x にどのような値を代入してもつねに成り立つ。

$$f(-x) = \boxed{\text{ト}} \dots\dots\dots \text{①}$$

$$g(-x) = \boxed{\text{ナ}} \dots\dots\dots \text{②}$$

$$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \boxed{\text{ニ}} \dots\dots\dots \text{③}$$

$$g(2x) = \boxed{\text{ヌ}} f(x)g(x) \dots\dots\dots \text{④}$$

$\boxed{\text{ト}}$, $\boxed{\text{ナ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|
| ① $f(x)$ | ② $-f(x)$ | ③ $g(x)$ | ④ $-g(x)$ |
|----------|-----------|----------|-----------|

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) 花子さんと太郎さんは、 $f(x)$ と $g(x)$ の性質について話している。

花子：①～④は三角関数の性質に似ているね。
 太郎：三角関数の加法定理に類似した式(A)～(D)を考えてみたけど、つねに成り立つ式はあるだろうか。
 花子：成り立たない式を見つけるために、式(A)～(D)の β に何か具体的な値を代入して調べてみたらどうかな。

太郎さんが考えた式

$$f(a - \beta) = f(a)g(\beta) + g(a)f(\beta) \dots\dots\dots (A)$$

$$f(a + \beta) = f(a)f(\beta) + g(a)g(\beta) \dots\dots\dots (B)$$

$$g(a - \beta) = f(a)f(\beta) + g(a)g(\beta) \dots\dots\dots (C)$$

$$g(a + \beta) = f(a)g(\beta) - g(a)f(\beta) \dots\dots\dots (D)$$

(1), (2)で示されたことのいくつかを利用すると、式(A)～(D)のうち、ネ以外の三つは成り立たないことがわかる。ネは左辺と右辺をそれぞれ計算することによって成り立つことが確かめられる。

ネの解答群

- ① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D)