

第1問 (必答問題) (配点 30)

[1]

(1) 次の問題Aについて考えよう。

問題A 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値を求めよ。

$$\sin \frac{\pi}{\text{ア}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \frac{\pi}{\text{ア}} = \frac{1}{2}$$

であるから、三角関数の合成により

$$y = \text{イ} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{\text{ア}} \right)$$

と変形できる。よって、 y は $\theta = \frac{\pi}{\text{ウ}}$ で最大値 **エ** をとる。

(2) p を定数とし、次の問題Bについて考えよう。

問題B 関数 $y = \sin \theta + p \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値を求めよ。

(i) $p = 0$ のとき、 y は $\theta = \frac{\pi}{\text{オ}}$ で最大値 **カ** をとる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(ii) $p > 0$ のときは、加法定理

$$\cos(\theta - \alpha) = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha$$

を用いると

$$y = \sin \theta + p \cos \theta = \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \cos(\theta - \alpha)$$

と表すことができる。ただし、 α は

$$\sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}, \quad \cos \alpha = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

を満たすものとする。このとき、 y は $\theta = \boxed{\text{コ}}$ で最大値

$\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

(iii) $p < 0$ のとき、 y は $\theta = \boxed{\text{シ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとる。

$\boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ ， $\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① -1	④ 1	⑦ $-p$
② p	⑤ $1-p$	⑧ $1+p$
③ $-p^2$	⑥ p^2	⑨ $1-p^2$
④ $1+p^2$	⑦ $(1-p)^2$	⑧ $(1+p)^2$

$\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 0	② α	③ $\frac{\pi}{2}$
-------	------------	-------------------

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)