

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

円周上に 15 個の点 P_0, P_1, \dots, P_{14} が反時計回りに順に並んでいる。最初、点 P_0 に石がある。さいころを投げて偶数の目が出たら石を反時計回りに 5 個先の点に移動させ、奇数の目が出たら石を時計回りに 3 個先の点に移動させる。この操作を繰り返す。例えば、石が点 P_5 にあるとき、さいころを投げて 6 の目が出たら石を点 P_{10} に移動させる。次に、5 の目が出たら点 P_{10} にある石を点 P_7 に移動させる。

- (1) さいころを 5 回投げて、偶数の目が 回、奇数の目が 回出れば、点 P_0 にある石を点 P_1 に移動させることができる。このとき、 $x = \text{ア}$, $y = \text{イ}$ は、不定方程式 $5x - 3y = 1$ の整数解になっている。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(2) 不定方程式

$$5x - 3y = 8 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のすべての整数解 x, y は, k を整数として

$$x = \boxed{\text{ア}} \times 8 + \boxed{\text{ウ}} k, \quad y = \boxed{\text{イ}} \times 8 + \boxed{\text{エ}} k$$

と表される。①の整数解 x, y の中で, $0 \leq y < \boxed{\text{エ}}$ を満たすものは

$$x = \boxed{\text{オ}}, \quad y = \boxed{\text{カ}}$$

である。したがって, さいころを $\boxed{\text{キ}}$ 回投げて, 偶数の目が $\boxed{\text{オ}}$ 回, 奇数の目が $\boxed{\text{カ}}$ 回出れば, 点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) (2)において、さいころを 回より少ない回数だけ投げて、点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることはできないだろうか。

(*) 石を反時計回りまたは時計回りに 15 個先の点に移動させると元の点に戻る。

(*)に注意すると、偶数の目が 回、奇数の目が 回出れば、さいころを投げる回数が 回で、点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。このとき、 < である。

- (4) 点 P_1, P_2, \dots, P_{14} のうちから点の一つを選び、点 P_0 にある石をさいころを何回か投げてその点に移動させる。そのために必要となる、さいころを投げる最小回数を考える。例えば、さいころを 1 回だけ投げて点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることはできないが、さいころを 2 回投げて偶数の目と奇数の目が 1 回ずつ出れば、点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることができる。したがって、点 P_2 を選んだ場合には、この最小回数は 2 回である。

点 P_1, P_2, \dots, P_{14} のうち、この最小回数が最も大きいのは点 であり、その最小回数は 回である。

の解答群

- | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> ① P_{10} | <input type="radio"/> ② P_{11} | <input type="radio"/> ③ P_{12} | <input type="radio"/> ④ P_{13} | <input type="radio"/> ⑤ P_{14} |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|