

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

中にくじが入っている箱が複数あり、各箱の外見は同じであるが、当たりくじを引く確率は異なっている。くじ引きの結果から、どの箱からくじを引いた可能性が高いかを、条件付き確率を用いて考えよう。

- (1) 当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ である箱 A と、当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である箱 B の二つの箱の場合を考える。

- (i) 各箱で、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したとき

$$\text{箱 A において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は } \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \cdots \text{①}$$

$$\text{箱 B において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は } \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \cdots \text{②}$$

である。

- (ii) まず、A と B のどちらか一方の箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したところ、3 回中ちょうど 1 回当たった。このとき、箱 A が選ばれる事象を A、箱 B が選ばれる事象を B、3 回中ちょうど 1 回当たる事象を W とすると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。 $P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$ であるから、3 回中ちょうど 1

回当たったとき、選んだ箱が A である条件付き確率 $P_W(A)$ は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ とな

る。また、条件付き確率 $P_W(B)$ は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) (1) の $P_W(A)$ と $P_W(B)$ について、次の事実(*) が成り立つ。

事実(*)

$P_W(A)$ と $P_W(B)$ の は、① の確率と ② の確率の に等しい。

の解答群

① 和 ② 2乗の和 ③ 3乗の和 ④ 比 ⑤ 積

(3) 花子さんと太郎さんは事実(*) について話している。

花子：事実(*) はなぜ成り立つのかな？

太郎： $P_W(A)$ と $P_W(B)$ を求めるのに必要な $P(A \cap W)$ と $P(B \cap W)$ の計算で、①、② の確率に同じ数 $\frac{1}{2}$ をかけているからだよ。

花子：なるほどね。外見が同じ三つの箱の場合は、同じ数 $\frac{1}{3}$ をかけることになるので、同様のことが成り立ちそうだね。

当たりくじを引く確率が、 $\frac{1}{2}$ である箱 A、 $\frac{1}{3}$ である箱 B、 $\frac{1}{4}$ である箱 C の三つの箱の場合を考える。まず、A、B、C のうちどれか一つの箱をでたらしめに選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したところ、3 回中ちょうど 1 回当たった。このとき、選んだ箱

が A である条件付き確率は $\frac{\text{セソタ}}{\text{チツテ}}$ となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(4)

花子：どうやら箱が三つの場合でも、条件付き確率の は各箱で3
回中ちょうど1回当たりくじを引く確率の になっているみ
たいだね。

太郎：そうだね。それを利用すると、条件付き確率の値は計算しなく
ても、その大きさを比較することができるね。

当たりくじを引く確率が、 $\frac{1}{2}$ である箱 A, $\frac{1}{3}$ である箱 B, $\frac{1}{4}$ である箱
C, $\frac{1}{5}$ である箱 D の四つの箱の場合を考える。まず、A, B, C, D のうちど
れか一つの箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において、くじを1本引い
てはもとに戻す試行を3回繰り返したところ、3回中ちょうど1回当たった。
このとき、条件付き確率を用いて、どの箱からくじを引いた可能性が高いかを
考える。可能性が高い方から順に並べると となる。

の解答群

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| ① A, B, C, D | ② A, B, D, C | ③ A, C, B, D |
| ④ A, C, D, B | ⑤ A, D, B, C | ⑥ B, A, C, D |
| ⑦ B, A, D, C | ⑧ B, C, A, D | ⑨ B, C, D, A |