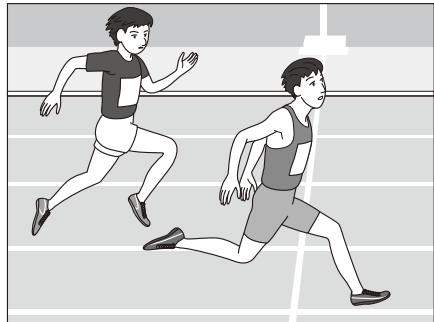


# 数学 I ・ 数学 A

## 第 2 問 (必答問題) (配点 30)

(1) 陸上競技の短距離 100 m 走では、  
(15点) 100 m を走るのにかかる時間(以下、  
タイムと呼ぶ)は、1 歩あたりの進む  
距離(以下、ストライドと呼ぶ)と 1 秒  
あたりの歩数(以下、ピッチと呼ぶ)に  
関係がある。ストライドとピッチはそ  
れぞれ以下の式で与えられる。



$$\text{ストライド (m/歩)} = \frac{100 \text{ (m)}}{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}} \quad \leftarrow \text{1歩あたり何m進んだか}$$

$$\text{ピッチ (歩/秒)} = \frac{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}} \quad \leftarrow \text{1秒あたり何歩進んだか}$$

ただし、100 m を走るのにかかった歩数は、最後の 1 歩がゴールラインをまたぐこともあるので、小数で表される。以下、単位は必要のない限り省略する。

例えば、タイムが 10.81 で、そのときの歩数が 48.5 であったとき、ストライドは  $\frac{100}{48.5}$  より約 2.06、ピッチは  $\frac{48.5}{10.81}$  より約 4.49 である。

なお、小数の形で解答する場合は、**解答上の注意**にあるように、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また、必要に応じて、指定された桁まで○にマークせよ。

数学 I ・ 数学 A

- (1) ストライドを  $x$ , ピッチを  $z$  とおく。ピッチは 1 秒あたりの歩数, ストライドは 1 歩あたりの進む距離なので, 1 秒あたりの進む距離すなわち平均速度は,  $x$  と  $z$  を用いて  $xz$  (m/秒) と表される。

②ア(3点)

これより, タイムと, ストライド, ピッチとの関係は

$$\text{タイム} = \frac{100}{xz} \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

と表されるので,  $xz$  が最大になるときにタイムが最もよくなる。ただし, タイムがよくなるとは, タイムの値が小さくなることである。

アの解答群

- |                     |                     |                  |
|---------------------|---------------------|------------------|
| ① $x + z$           | ② $z - x$           | ③ $xz$           |
| ④ $\frac{x + z}{2}$ | ⑤ $\frac{z - x}{2}$ | ⑥ $\frac{xz}{2}$ |

ストライドを  $x$  (m/歩)  
 ピッチを  $z$  (歩/秒)  
 とすると  
 100 m を走るのにかかった歩数を  $w$  (歩)  
 タイムを  $t$  (秒)

といて

$$\begin{cases} x = \frac{100}{w} \\ z = \frac{w}{t} \end{cases}$$

これをかけて  $xz = \frac{100}{w} \cdot \frac{w}{t} = \frac{100}{t}$

よって, 1 秒あたり進む距離, すなわち平均速度は

$$\frac{100}{t} = xz \quad (\text{m/秒})$$

これより  $t = \frac{100}{xz}$

②ア  
 ← 分子の 100 は正の定数なので  
 分母の  $xz$  が最大になるときに  $t$  は最小  
 (平均速度が大きいとタイムは小さい)

補  $\frac{m}{秒} = \frac{m}{歩} \cdot \frac{歩}{秒}$   
 より 平均速度は  $xz$  (m/秒)  
 (平均速度は ストライドとピッチの積)

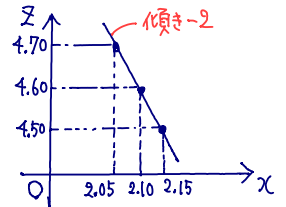
例 1 歩につき 2 m (ストライド)  
 1 秒あたり 4 歩 (ピッチ)  
 で走るならば  
 1 秒あたり進む距離は  
 $2 \cdot 4 = 8$  (m/秒)  
 タイムは  $\frac{100}{8} = 12.5$  (秒)  
 100 m を 12.5 秒で走るということ

数学 I ・ 数学 A

(2) 男子短距離 100 m 走の選手である太郎さんは、①に着目して、タイムが最もよくなるストライドとピッチを考えることにした。

次の表は、太郎さんが練習で 100 m を 3 回走ったときのストライドとピッチのデータである。

	1 回目	2 回目	3 回目
$x$ ストライド	2.05	2.10	2.15
$z$ ピッチ	4.70	4.60	4.50



$z$  を  $x$  の 1 次関数と仮定したとき、 $xz$  平面のグラフは直線だ、傾きは

$$-\frac{0.1}{0.05} = -2$$

直線は点  $(2.1, 4.6)$  を通るので

$$z = -2(x - 2.1) + 4.6$$

$$= -2x + 8.8$$

$$= \boxed{-2x + \frac{44}{5}} \quad \text{イオ} \quad \dots \text{②}$$

また、ストライドとピッチにはそれぞれ限界がある。太郎さんの場合、ストライドの最大値は 2.40、ピッチの最大値は 4.80 である。

太郎さんは、上の表から、ストライドが 0.05 大きくなるとピッチが 0.1 小さくなるという関係があると考えて、ピッチがストライドの 1 次関数として表されると仮定した。このとき、ピッチ  $z$  はストライド  $x$  を用いて

$$z = \boxed{-2}x + \frac{\boxed{44}}{5} \quad \text{イオ} \quad \dots \text{②}$$

(3点)

と表される。

②が太郎さんのストライドの最大値 2.40 とピッチの最大値 4.80 まで成り立つと仮定すると、 $x$  の値の範囲は次のようになる。

$$\boxed{2} \leq x \leq 2.40$$

カ      キク (2点)

$$\begin{cases} x \leq 2.40 & \dots \text{③} \\ z \leq 4.80 & \dots \text{④} \end{cases}$$

と仮定するので

②を④へ代入して

$$-2x + 8.8 \leq 4.8$$

$$4 \leq 2x$$

$$\therefore 2 \leq x \quad \dots \text{④}$$

③かつ④とあるから  $\boxed{2.00} \leq x \leq 2.40$

小数第1位、2位は0

数学 I ・ 数学 A

平均速度を  $y$  とおいた  $\rightarrow y = \boxed{x \text{ ア}}$  とおく。② を  $y = \boxed{x \text{ ア}}$  に代入することにより、 $y$  を  $x$  の関数として表すことができる。太郎さんのタイムが最もよくなるストライドとピッチを求めるためには、 $\boxed{2 \text{ カ}} \cdot \boxed{00 \text{ キク}} \leq x \leq 2.40$  の範囲で  $y$  の値を最大にする  $x$  の値を見つければよい。このとき、 $y$  の値が最大になるのは  $x = \boxed{2 \text{ ケ}} \cdot \boxed{20 \text{ コサ (2点)}}$  のときである。

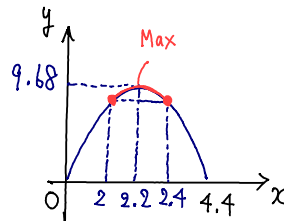
よって、太郎さんのタイムが最もよくなるのは、ストライドが  $\boxed{2 \text{ ケ}} \cdot \boxed{20 \text{ コサ}}$  のときであり、このとき、ピッチは  $\boxed{4 \text{ シ}} \cdot \boxed{40 \text{ スセ (2点)}}$  である。また、このときの太郎さんのタイムは、① により  $\boxed{10.33}$  である。  
③  $y$  (2点)

$\boxed{\text{ソ}}$  については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- |         |         |         |
|---------|---------|---------|
| ① 9.68  | ② 9.97  | ③ 10.09 |
| ④ 10.33 | ⑤ 10.42 | ⑥ 10.55 |

$$\begin{aligned}
 y &= x \text{ ア} \\
 &= x(-2x + 8.8) \\
 &= -2x^2 + 8.8x \\
 &= -2(x - 2.2)^2 + 9.68
 \end{aligned}$$

←  $x$  の 2 次関数



別1)  $y = -2x(x - 4.4)$   
 $y = 0$  とすると  $x = 0, 4.4$   
 この 2 つの  $x$  の値の平均は  
 $\frac{0 + 4.4}{2} = 2.2$   
 これが頂点の  $x$  座標であるから  
 $y$  の値が最大となるのは  $x = \boxed{2.20 \text{ ケコサ}}$   
 $y$  の最大値は  $-2 \cdot 2.2(2.2 - 4.4) = 9.68$

$2 \leq x \leq 2.4$  より右のグラフを考えると

$y$  の値が最大となるのは  $x = \boxed{2.20 \text{ ケコサ}}$

$y$  の最大値は  $9.68 = \frac{968}{100} = \frac{242}{25}$

このときのタイムは ① により

$$t = \frac{100}{y} = \frac{2500}{242} = \frac{1250}{121} = 10.330 \dots \div \boxed{10.33 \text{ ヲ}}$$

③  $y$

$$\begin{array}{r}
 10,330 \\
 121 \overline{) 1250} \\
 \underline{1210} \phantom{0} \\
 400 \\
 \underline{363} \phantom{0} \\
 370 \\
 \underline{363} \phantom{0} \\
 70
 \end{array}$$

補) 太郎さんは 100m を 10 秒台で走る