

第5問 (選択問題) (配点 16)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて15ページの正規分布表を用いてもよい。

花子さんは、マイクロプラスチックと呼ばれる小さなプラスチック片(以下、MP)による海洋中や大気中の汚染が、環境問題となっていることを知った。花子さんたち49人は、面積が50a(アール)の砂浜の表面にあるMPの個数を調べるため、それぞれが無作為に選んだ20cm四方の区画の表面から深さ3cmまでをすくい、MPの個数を研究所で数えてもらうことにした。そして、この砂浜の1区画あたりのMPの個数を確率変数 X として考えることにした。

このとき、 X の母平均を m 、母標準偏差を σ とし、標本49区画の1区画あたりのMPの個数の平均値を表す確率変数を \bar{X} とする。

花子さんたちが調べた49区画では、平均値が16、標準偏差が2であった。

- (1) 砂浜全体に含まれるMPの全個数 M を推定することにする。

花子さんは、次の方針で M を推定することとした。

方針
 砂浜全体には20cm四方の区画が125000個分あり、 $M = 125000 \times m$ なので、 M を $W = 125000 \times \bar{X}$ で推定する。

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 確率変数 \bar{X} は、標本の大きさ49が十分に大きいので、平均 \boxed{m} 、標準偏差 $\boxed{\frac{\sigma}{7}}$ の正規分布に近似的に従う。 \bar{X} は $N(m, \frac{\sigma}{\sqrt{49}})$ 730 $N(m, \frac{\sigma}{7})$ に従う $\begin{matrix} \textcircled{0} & \textcircled{7} \\ \textcircled{0} & \textcircled{7} \end{matrix}$

$\frac{125000 \cdot \sigma}{7}$ そこで、方針に基づいて考えると、確率変数 W は平均 $\boxed{125000m}$ 、標準偏差 $\boxed{\frac{125000 \cdot \sigma}{7}}$ の正規分布に近似的に従うことがわかる。 $W = 125000\bar{X}$ は $N(125000m, \frac{125000 \cdot \sigma}{7})$ に従う $\begin{matrix} \textcircled{0} & \textcircled{7} \\ \textcircled{0} & \textcircled{7} \end{matrix}$

このとき、 X の母標準偏差 σ は標本の標準偏差と同じ $\sigma = 2$ と仮定すると、 M に対する信頼度95%の信頼区間は 母平均の推定 $N(125000m, \frac{125000 \cdot \sigma}{7})$ に従う $\begin{matrix} \textcircled{0} & \textcircled{7} \\ \textcircled{0} & \textcircled{7} \end{matrix}$

$$\boxed{193} \times 10^4 \leq M \leq \boxed{207} \times 10^4 \quad \left| \frac{M - 125000 \cdot 16}{\frac{125000 \cdot 2}{7}} \right| \leq 1.96$$

となる。 おかし $125000 \cdot 16 - 1.96 \cdot \frac{125000 \cdot 2}{7} \leq M \leq 125000 \cdot 16 + 1.96 \cdot \frac{125000 \cdot 2}{7}$ 770 (3点)

$$125000 \left(16 - 0.56 \right) \leq M \leq 125000 \left(16 + 0.56 \right)$$

$$\frac{125000 \cdot 15.44}{15.44} \leq M \leq \frac{125000 \cdot 16.56}{16.56}$$

$$\boxed{193 \times 10^4} \leq M \leq \boxed{207 \times 10^4}$$

おかし 770

$$\frac{1.96}{7} = 0.28$$

$$\begin{array}{r} 15.44 \\ \times 125000 \\ \hline 7720 \\ 3088 \\ 1544 \\ \hline 1930000.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16.56 \\ \times 125000 \\ \hline 8280 \\ 3312 \\ 1656 \\ \hline 2070000.00 \end{array}$$

ア の解答群

- | | | | | |
|-------|--------|--------|---------|---------|
| ① m | ② $4m$ | ③ $7m$ | ④ $16m$ | ⑤ $49m$ |
| ⑥ X | ⑦ $4X$ | ⑧ $7X$ | ⑨ $16X$ | ⑩ $49X$ |

イ の解答群

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|--------------|
| ① σ | ② 2σ | ③ 4σ | ④ 7σ | ⑤ 49σ |
| ⑥ $\frac{\sigma}{2}$ | ⑦ $\frac{\sigma}{4}$ | ⑧ $\frac{\sigma}{7}$ | ⑨ $\frac{\sigma}{49}$ | |

ウ の解答群

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|------------------------|
| ① $\frac{16}{49}m$ | ② $\frac{4}{7}m$ | ③ $49m$ | ④ $\frac{125000}{49}m$ |
| ⑤ $125000m$ | ⑥ $\frac{16}{49}\bar{X}$ | ⑦ $\frac{4}{7}\bar{X}$ | ⑧ $49\bar{X}$ |
| ⑨ $\frac{125000}{49}\bar{X}$ | ⑩ $125000\bar{X}$ | | |

エ の解答群

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------------------|
| ① $\frac{\sigma}{49}$ | ② $\frac{\sigma}{7}$ | ③ 49σ | ④ $\frac{125000}{49}\sigma$ |
| ⑤ $\frac{31250}{7}\sigma$ | ⑥ $\frac{125000}{7}\sigma$ | ⑦ 31250σ | ⑧ 62500σ |
| ⑨ 125000σ | ⑩ 250000σ | | |

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(2) 研究所が昨年調査したときには、1区画あたりのMPの個数の母平均が15、母標準偏差が2であった。今年の母平均 m が昨年とは異なるといえるかを、有意水準 5% で仮説検定をする。ただし、母標準偏差は今年も $\sigma = 2$ とする。

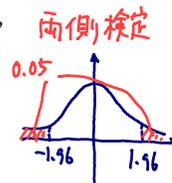
帰無仮説 H_0
 「今年の母平均は15である」
 対立仮説 H_1
 「今年の母平均は15でない」

まず、帰無仮説は「今年の母平均は 」であり、対立仮説は「今年の母平均は 」である。

次に、帰無仮説が正しいとすると、 \bar{X} は平均 、標準偏差 の正規分布に近似的に従うため、確率変数 $Z = \frac{\bar{X} - \text{平均}}{\text{標準偏差}} = \frac{\bar{X} - \text{平均}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は標準正規分布に近似的に従う。

$N(15, \frac{2}{\sqrt{7}})$
 に行くため
 $Z = \frac{\bar{X} - 15}{\frac{2}{\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{7}}{2}(\bar{X} - 15)$
 は $N(0, 1)$ に従う

花子さんたちの調査結果から求めた Z の値を z とすると、標準正規分布において確率 $P(Z \leq -|z|)$ と確率 $P(Z \geq |z|)$ の和は 0.05 よりも ので、有意水準 5% で今年の母平均 m は昨年と 。



, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

花子さんたちの調査結果から
 平均値 16 なのぞ
 $Z = \frac{16 - 15}{\frac{2}{\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{7}}{2} = 3.5$

- | | |
|--|----------------------------------|
| <input type="radio"/> 0 \bar{X} である | <input type="radio"/> 1 m である |
| <input checked="" type="radio"/> 2 15 である | <input type="radio"/> 3 16 である |
| <input type="radio"/> 4 \bar{X} ではない | <input type="radio"/> 5 m ではない |
| <input checked="" type="radio"/> 6 15 ではない | <input type="radio"/> 7 16 ではない |

$P(Z \leq -3.5) + P(Z \geq 3.5)$
 の和は
 $P(Z \leq -1.96) + P(Z \geq 1.96) = 0.05$
 より小さい

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

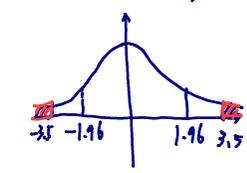
- | | | | | |
|--|--|---|---------------------------------------|---------------------------|
| <input type="radio"/> 0 $\frac{4}{49}$ | <input checked="" type="radio"/> 1 $\frac{2}{7}$ | <input type="radio"/> 2 $\frac{16}{49}$ | <input type="radio"/> 3 $\frac{4}{7}$ | <input type="radio"/> 4 2 |
| <input type="radio"/> 5 $\frac{15}{7}$ | <input type="radio"/> 6 4 | <input checked="" type="radio"/> 7 15 | <input type="radio"/> 8 16 | |

の解答群

- | | |
|-----------------------------|--|
| <input type="radio"/> 0 大きい | <input checked="" type="radio"/> 1 小さい |
|-----------------------------|--|

の解答群

- | | |
|--|-----------------------------------|
| <input checked="" type="radio"/> 0 異なるといえる | <input type="radio"/> 1 異なるとはいえない |
|--|-----------------------------------|

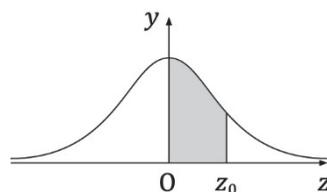


棄却域に入っているぞ
 H_0 は棄却される
 やえに H_1 は正しいと
 判断できるぞ
 今年の母平均 m は昨年と
 異なるといえる

(数学II, 数学B, 数学C第5問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の
灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998