

第5問 (選択問題) (配点 16)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて15ページの正規分布表を用いてもよい。

花子さんは、マイクロプラスチックと呼ばれる小さなプラスチック片(以下、MP)による海洋中や大気中の汚染が、環境問題となっていることを知った。花子さんたち49人は、面積が 50 a (アール)の砂浜の表面にあるMPの個数を調べるため、それぞれが無作為に選んだ 20 cm 四方の区画の表面から深さ 3 cm までをすくい、MPの個数を研究所で数えてもらうことにした。そして、この砂浜の1区画あたりのMPの個数を確率変数 X として考えることにした。

このとき、 X の母平均を m 、母標準偏差を σ とし、標本49区画の1区画あたりのMPの個数の平均値を表す確率変数を \bar{X} とする。

花子さんたちが調べた49区画では、平均値が16、標準偏差が2であった。

- (1) 砂浜全体に含まれるMPの全個数 M を推定することにする。

花子さんは、次の方針で M を推定することとした。

方針

砂浜全体には 20 cm 四方の区画が125000個分あり、 $M = 125000 \times m$ なので、 M を $W = 125000 \times \bar{X}$ で推定する。

確率変数 \bar{X} は、標本の大きさ49が十分に大きいので、平均 $\boxed{\text{ア}}$ 、標準偏差 $\boxed{\text{イ}}$ の正規分布に近似的に従う。

そこで、方針に基づいて考えると、確率変数 W は平均 $\boxed{\text{ウ}}$ 、標準偏差 $\boxed{\text{エ}}$ の正規分布に近似的に従うことがわかる。

このとき、 X の母標準偏差 σ は標本の標準偏差と同じ $\sigma = 2$ と仮定すると、 M に対する信頼度95%の信頼区間は

$$\boxed{\text{オカキ}} \times 10^4 \leq M \leq \boxed{\text{クケコ}} \times 10^4$$

となる。

(数学Ⅱ、数学B、数学C第5問は次ページに続く。)

ア の解答群

- | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|------|---|------|---|-------|---|-------|
| ① | m | ② | $4m$ | ③ | $7m$ | ④ | $16m$ | ⑤ | $49m$ |
| ⑥ | X | ⑦ | $4X$ | ⑧ | $7X$ | ⑨ | $16X$ | ⑩ | $49X$ |

イ の解答群

- | | | | | | | | | | |
|---|--------------------|---|--------------------|---|--------------------|---|---------------------|---|------------|
| ① | σ | ② | 2σ | ③ | 4σ | ④ | 7σ | ⑤ | 49σ |
| ⑥ | $\frac{\sigma}{2}$ | ⑦ | $\frac{\sigma}{4}$ | ⑧ | $\frac{\sigma}{7}$ | ⑨ | $\frac{\sigma}{49}$ | | |

ウ の解答群

- | | | | | | | | |
|---|----------------------------|---|------------------------|---|----------------------|---|----------------------|
| ① | $\frac{16}{49}m$ | ② | $\frac{4}{7}m$ | ③ | $49m$ | ④ | $\frac{125000}{49}m$ |
| ⑤ | $125000m$ | ⑥ | $\frac{16}{49}\bar{X}$ | ⑦ | $\frac{4}{7}\bar{X}$ | ⑧ | $49\bar{X}$ |
| ⑨ | $\frac{125000}{49}\bar{X}$ | ⑩ | $125000\bar{X}$ | | | | |

エ の解答群

- | | | | | | | | |
|---|-------------------------|---|--------------------------|---|---------------|---|---------------------------|
| ① | $\frac{\sigma}{49}$ | ② | $\frac{\sigma}{7}$ | ③ | 49σ | ④ | $\frac{125000}{49}\sigma$ |
| ⑤ | $\frac{31250}{7}\sigma$ | ⑥ | $\frac{125000}{7}\sigma$ | ⑦ | 31250σ | ⑧ | 62500σ |
| ⑨ | 125000σ | ⑩ | 250000σ | | | | |

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(2) 研究所が昨年調査したときには、1区画あたりのMPの個数の母平均が15、母標準偏差が2であった。今年の母平均 m が昨年とは異なるといえるかを、有意水準 5% で仮説検定をする。ただし、母標準偏差は今年も $\sigma = 2$ とする。

まず、帰無仮説は「今年の母平均は **サ**」であり、対立仮説は「今年の母平均は **シ**」である。

次に、帰無仮説が正しいとすると、 \bar{X} は平均 **ス**，標準偏差 **セ** の

正規分布に近似的に従うため、確率変数 $Z = \frac{\bar{X} - \text{ス}}{\text{セ}}$ は標準正規分布に近似的に従う。

花子さんたちの調査結果から求めた Z の値を z とすると、標準正規分布において確率 $P(Z \leq -|z|)$ と確率 $P(Z \geq |z|)$ の和は 0.05 よりも **ソ** ので、有意水準 5% で今年の母平均 m は昨年と **タ**。

サ，**シ** の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | |
|------------------|------------|
| ① \bar{X} である | ① m である |
| ② 15 である | ③ 16 である |
| ④ \bar{X} ではない | ⑤ m ではない |
| ⑥ 15 ではない | ⑦ 16 ではない |

ス，**セ** の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | | | | |
|------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-----|
| ① $\frac{4}{49}$ | ① $\frac{2}{7}$ | ② $\frac{16}{49}$ | ③ $\frac{4}{7}$ | ④ 2 |
| ⑤ $\frac{15}{7}$ | ⑥ 4 | ⑦ 15 | ⑧ 16 | |

ソ の解答群

- | | |
|-------|-------|
| ① 大きい | ① 小さい |
|-------|-------|

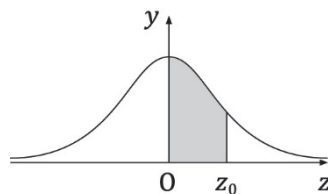
タ の解答群

- | | |
|-----------|-------------|
| ① 異なるといえる | ① 異なるとはいえない |
|-----------|-------------|

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の
灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998