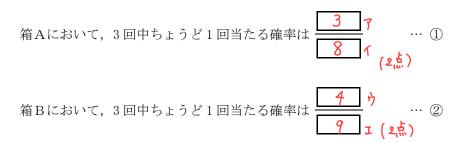
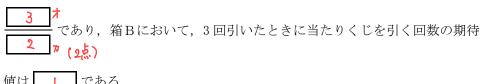
第4問(配点 20)

中にくじが入っている二つの箱AとBがある。二つの箱の外見は同じであるが、 箱Aでは、当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ であり、箱Bでは、当たりくじを引く確率

(1) 各箱で、くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。このとき



である。箱Aにおいて、3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は



確率について

新A 箱B 当たり 立 づ はずれ 立 音 和Bで3回中なうと1回当たる確率は 3C, 豆(豆)² = (豆)² = (豆)² で (2回はずれ) (2回はずれ) な で (2回はずれ) (2回はずれ) で (2回はずれ)

箱Aにおいて、3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は 1例 1回の期待値でもなので ラ×3=3,7

箱B において, 3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は 1回の期待値ですなので 3×3=11。#

箱Aについて 回数 0 1 2 3 確率 1 3 3 3 1 8 回数 a 期待値 は 1×3+2×3+3×6 = 12 名B について 回数 0 1 2 3
確彰 3 4 9 9 17
回数 a 期待值 12 1×4+2×2+3×3×3×3 9 = 1 1 (2) 太郎さんと花子さんは、それぞれくじを引くことにした。ただし、二人は、箱A、箱Bでの当たりくじを引く確率は知っているが、二つの箱のどちらがAで、どちらがBであるかはわからないものとする。

まず、太郎さんが二つの箱のうちの一方をでたらめに選ぶ。そして、その選ん だ箱において、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したところ、 \leftarrow (1)と同じ 3 回中ちょうど 1 回当たった。

このとき、選ばれた箱がAである事象をA、選ばれた箱がBである事象をB、3回中ちょうど1回当たる事象をWとする。①、②に注意すると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}, \quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{4}}{\boxed{9}}$$

である。 $P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$ であるから,3回中ちょうど1回当たったとき,選んだ箱がAである条件付き確率 $P_W(A)$ は 27 となる。また,条件付き確率 $P_W(B)$ は $1-P_W(A)$ で求められる。

(数学 I. 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

$$P(A \cap W) = P(A) = P_A(W) = \frac{1}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16} = \frac{27}{144}$$

$$P(B \cap W) = P(B) \times P_B(W) = \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{9} = \frac{32}{149}$$

$$P(W) = P(A \cup W) + P(B \cup W) = \frac{59}{144}$$

$$P(W) = P(A \cap W) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} = \frac{27}{59} = \frac{77}{59}$$

$$P_W(B) = [-P_W(A)] = \frac{32}{59}$$

次に,花子さんが箱を選ぶ。その選んだ箱において,くじを1本引いてはもとに 戻す試行を3回繰り返す。花子さんは,当たりくじをより多く引きたいので,太郎 さんのくじの結果をもとに,次の(X),(Y)のどちらの場合がよいかを考えている。

- (X) 太郎さんが選んだ箱と同じ箱を選ぶ。
- (Y) 太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ。

花子さんがくじを引くときに起こりうる事象の場合の数は、選んだ箱がA, Bのいずれかの 2 通りと、3 回のうち当たりくじを引く回数が 0, 1, 2, 3 回のいずれかの 4 通りの組合せで全部で 8 通りある。

花子: 当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶといいかな。

太郎: 当たりくじを引く回数の期待値を求めるには、この8通りについて、それぞれの起こる確率と当たりくじを引く回数との積を考えればいいね。

花子さんは当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶことにした。

(X)の場合について考える。箱Aにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を A_1 ,箱Bにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を B_1 と表す。

太郎さんが選んだ箱がAである確率 $P_W(A)$ を用いると、花子さんが選んだ箱がAで、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象の起こる確率は $P_W(A) \times P(A_1)$ と表せる。このことと同様に考えると、花子さんが選んだ箱がBで、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象の起こる確率は 3 と表せる。

花子:残りの6通りも同じように計算すれば、この場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算できるね。

太郎:期待値を計算する式は、選んだ箱がAである事象に対する式とBである 事象に対する式に分けて整理できそうだよ。

, (x), (Y) g それぞれご 期待値を求める。 (数学 I, 数学 A第 4 問は次ページに続く。) 残りの6通りについても同じように考えると、(X)の場合の当たりくじを引く回

数の期待値を計算する式は

(x)にかて 猫Aにおいてをうどれ回当たる事象をApric

(x)での当たりくじを引く回去の期待値は

3 + (3) × 1 + (3) × 1 + 1× P_w(A)×P(A₁) + 2× P_w(A)×P(A₂) + 3× P_w(A)×P(A₃) + 1× P_w(B)×P(B₁) + 2× P_w(B)×P(B₂)+3×P_w(B)×P(B₃) + (4点) = P_w(A)×(箱A、東附値) + P_w(B)×(箱Bの賃附価)

となる。

(Y)の場合についても同様に考えて計算すると、(Y)の場合の当たりくじを引く |Y| で |Y| で |Y| の場合の当たりくじを引く |Y| で |Y| に |Y| の 場合の |Y| に |Y| に

の解答群

- 0 $P_{W}(A) \times P(A_{1})$
- $P_W(A) \times P(B_1)$
- $P_{W}(B) \times P(A_{1})$
- $P_W(B) \times P(B_1)$

の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- **6** $P_W(A) P_W(B)$

- $9 \frac{P_W(B) P_W(A)}{2}$

の解答群

- 0 同じ箱を選ぶ方がよい
- 異なる箱を選ぶ方がよい

(Y)について 当たりくじを引く期待値は 果なる箱を選ぶ

 $P_{w}(A) \times ($ 箱 B。期待值 $) + P_{w}(B) \times ($ 箱 A 9 期待值) $= \frac{27}{59} \times 1 + \frac{32}{59} \times \frac{3}{2} = \frac{59+96}{118} = \frac{59}{118} = \frac{95}{118} \times \frac{95}{59} \times \frac{95}{118} \times$

4) >3) (Y)の当たりくじを引く其特値 よて 異なる箱を選ぶため