問題	選択方法		
第1問	必答		
第2問	必答		
第 3 問			
第 4 問	いずれか2問を選択し、解答しなさい。		
第5問			

数学 I ・数学 A (注) この科目には、選択問題があります。(25ページ参照。)

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

[1] 次の等式 ① と ② を同時に満たす実数 x, y について考える。

① の左辺から右辺を引くと

$$50(x^2 + y^2) - (x + 7y)^2 = \left(\boxed{7} x - y \right)^2$$

となる。よって、①より

$$y = \boxed{ } \mathcal{T} \boxed{ } x$$

である。したがって

$$x = \boxed{1} + \boxed{0} \sqrt{3}$$

となり、
$$y = \boxed{7} \left(\boxed{1} + \boxed{\cancel{0}} \sqrt{3} \right)$$
となる。

(数学 I・数学A第1問は次ページに続く。)

また

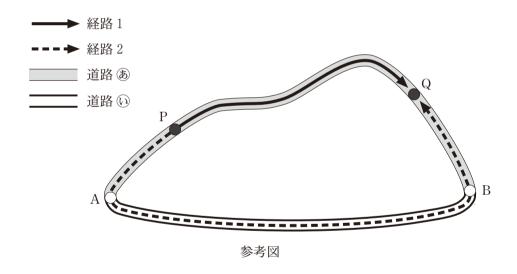
となる。

(数学 I・数学A第1問は次ページに続く。)

[2] 地点 A と地点 B が一般道路 (以下, 道路 (以下, 道路

道路 あ上に地点 Pがあり、道路 あにおける Pから A までの道のりは 10 km である。また、地点 Q は道路 あにおいて P と B の間にある。ただし、Q は、P、B のいずれとも異なる地点である。

太郎さんは、PからQに車で行くことになった。PからQに行くには、Pから道路 あだけを通ってQに行く経路 1 と、Pから道路 あを通ってA に行き、Aから道路 ② を通ってBに行き、Bから道路 あを通ってQに行く経路 2がある。



道路 あにおける Pから Qまでの道のりがどれくらいであれば、経路 2 を選ぶ方が経路 1 を選ぶより短い時間で Qに到着できるかを考えたい。ただし、車はつねに制限速度で走るものとする。

道路 あにおいて、P から Q までの道のりを x km とすると、P から A までの道のりが 10 km であり、P と B の間に Q があることから x < 65 である。

となるので、経路2を選んだ場合のPからQまでの所要時間は

選ぶより短い時間でQに到着できることを表す不等式は

$$\begin{array}{c|c}
\hline
+p & -x \\
\hline
-x & \hline
\end{array}$$

となる。これを解くと

となる。したがって、道路 ® における Pから Qまでの道のりが タチ . ツ km より長ければ、経路 2 を選ぶ方が経路 1 を選ぶより短い時間で Q に到着することができる。

スの解答群



(数学 I・数学A第1問は次ページに続く。)

- [3] 三角形に関連する量と三角形の合同条件について考察する。
 - (1) \triangle ABC において、BC = 4であり、 \triangle ABC の外接円の半径は $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ であるとする。このとき、 \angle BAC の大きさについて二つの場合を考えることができ、そのうちの小さい方は テ であり、大きい方は ト である。さらに、 \triangle ABC の面積は $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ であるとする。このとき、AB・AC = ナ である。 \angle BAC = テ のとき、余弦定理よりAB²+AC²= ニヌ なので (AB+AC)²= ネノ である。よって、AC = ハ ABより

$$AB = \frac{\boxed{ \bot \pm \sqrt{\boxed{7}}}}{2}$$

である。

<u>_</u> テ,	の解答群		
30°4 120°	① 45° ⑤ 135°	2 60° 6 150°	3 90°

(数学 I・数学 A 第1 問は次ページに続く。)

- (2) 次の命題(a), (b) の真偽の組合せとして正しいものは **ホ** である。
 - (a) 二つの三角形において、一組の辺、面積、外接円の半径がそれぞれ等しいならば、その二つの三角形は合同である。
 - (b) 二つの三角形において、一組の角、面積、外接円の半径がそれぞれ等しいならば、その二つの三角形は合同である。

ホの解答群

	0	0	2	3
(a)	真	真	偽	偽
(b)	真	偽	真	偽

第2問 (必答問題) (配点 30)

- [1] 花子さんと太郎さんは、絶対値を含む関数のグラフを考えている。
 - (1) 関数

$$y = \frac{1}{8}|x^2 + 2x - 8| + \frac{1}{8}(x^2 - 6x)$$
 ①

のグラフを考える。

$$y = -\frac{1}{8}(x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8}(x^2 - 6x) = -x + 1$$

と変形できる。

$$x \le \boxed{71}$$
, $\boxed{\dot{\mathcal{D}}} \le x$ のとき, ①は

$$y = \frac{1}{8}(x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8}(x^2 - 6x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$$

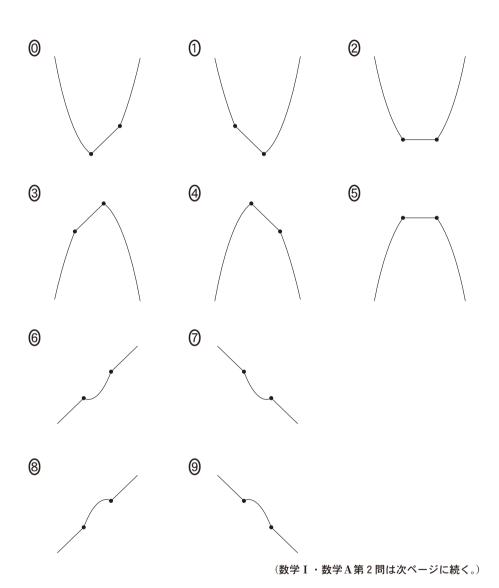
と変形できる。

(ii) 2 次関数

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$$

(iii) ① のグラフは **ク** である。

「ク」については、最も適当なものを、次の $\mathbb{Q} \sim \mathbb{Q}$ のうちから一つ選べ。なお、x軸とy軸は省略しているが、x軸は右方向、y軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(2) 花子さんと太郎さんは、(1)を振り返って、グラフのおおよその形をより 簡単に知る手順を、関数

$$y = -\frac{1}{8}|x^2 - 9| - \frac{1}{8}x^2 + x \qquad \cdots$$

を例にして考えている。

花子:①の関数のグラフを考えるのは大変だったね。おおよその形で よいから、あまり計算せずに簡単に知ることはできないかな。

太郎:②の関数も①の関数と同じように x^2 の項が消えて1次関数となるようなxの値の範囲があるね。具体的には、 $x^2-9<0$ となるxの値の範囲でxの係数が正の1次関数になっているよ。

花子: 逆に $x^2 - 9 > 0$ となるx の値の範囲では、 x^2 の係数が負の 2 次 関数になっているよ。

太郎:それらを合わせると、②の関数のグラフは、真ん中が右上がりの直線の一部、両側が上に凸の放物線の一部になっているよ。

花子:このように考えていけば、あまり計算をしなくても、おおよその 形は簡単にわかるね。

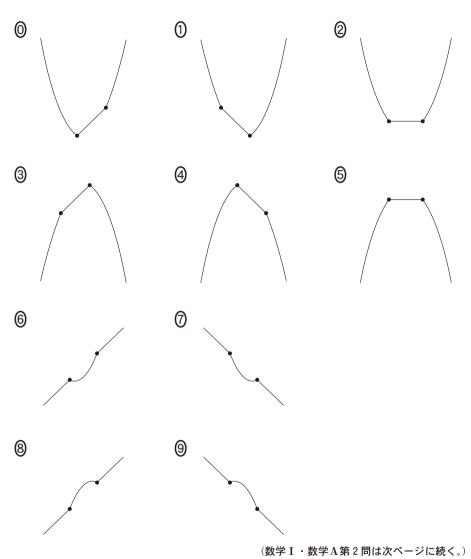
関数
$$y = -\frac{1}{8}|x^2 - 9| - \frac{1}{8}x^2 + x$$
 のグラフは **ケ** である。

次の関数のグラフについても考えてみよう。

- 関数 $y = \frac{1}{8}|x^2 9| \frac{1}{8}x^2 + x$ のグラフは っ である。
- 関数 $y = \frac{1}{8}|x^2 + 2\sqrt{5}x 4| + \frac{1}{8}(x^2 + 2\sqrt{5}x)$ のグラフは

サ である。

f ~ f と f



[2] 演技などの採点において、複数の審査員による採点結果の評点のうち、最小値と最大値をそれぞれ1個ずつ除外した評点によって評価が行われることがある。

以下では、審査員がそれぞれ 1, 2, 3, 4, 5 のいずれかの評点をつけるものとする。

n は 3 以上の自然数とする。n 人の審査員による採点結果の評点を小さい方から順に並べたものを

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

と表し、これを「元の評点」と呼ぶこととし、「元の評点」の平均値を \bar{x} 、分散を s^2 で表す。また、「元の評点」から最小値 x_1 と最大値 x_n を除外した評点を並べたもの

$$x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$$

を「調整後の評点」と呼ぶこととし、「調整後の評点」の平均値を \bar{y} 、分散を t^2 で表す。さらに、除外した 2 個の評点 x_1, x_2 の平均値を \bar{z} で表す。

例えば、5人の審査員による採点結果の評点が2,5,3,3,2 であったとする。 このとき「元の評点」は2,2,3,3,5 となり、「調整後の評点」は2,3,3 となる。

(1) n = 10 とする。 「元の評点」が

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5

であったとする。このとき

 $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 2$, $s^2 = 1.2$, $t^2 = 2$. $t^2 = 2$. $t^2 = 2$

 $\bar{x} = \frac{A+B}{n}$ となり、 $\bar{z} = \frac{A}{2}$ と $\bar{y} = \frac{B}{n-2}$ を用いると

$$\bar{x} = \boxed{y} \bar{z} + \boxed{g} \bar{y}$$

と表すことができる。 $\bar{x} \leq \bar{y}$ が成り立つための必要十分条件として、後の **0~⑤**のうち、正しいものは**「チ**」である。

- - $0 \frac{1}{2}$ $0 \frac{1}{n-2}$
- ② 2 ③ (n-2)

- $\Theta = \frac{1}{n}$ $\Theta = \frac{2}{n}$ $\Theta = \frac{n-2}{n}$ $\Theta = \frac{n-1}{n}$

チの解答群

 $0 \quad \bar{z} \leq \frac{n-2}{2} \bar{y}$

 $0 \quad \bar{z} \ge \frac{n-2}{2} \bar{y}$

 $\bar{z} \geq \bar{y}$

- (3) $n = 10 \geq 7$
 - (i) 「調整後の評点」がm個のaと(8-m)個のbであったとする。ただし、a < b、0 < m < 8とする。このとき、 \bar{y} はmとa、bを用いて

$$\bar{y} = \frac{ma + (8 - m)b}{8}$$

と表せる。また、 t^2 は m と a、b を用いて、 t^2 = y と表すことができる。

ツの解答群

- $\bigcirc \frac{m(8-m)(a-b)^2}{8} \bigcirc \frac{m(8-m)(a+b)^2}{8}$
- ② $\frac{m(10-m)(a-b)^2}{10}$ ③ $\frac{m(10-m)(a+b)^2}{10}$
- $\frac{m(8-m)(a-b)^2}{64} \qquad \qquad \mathbf{6} \quad \frac{m(8-m)(a+b)^2}{64}$

表 1

選手	「元の評点」
3	1, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5
(y)	1, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5
<u> </u>	1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 4
滾	1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 4

表1の4人の選手のうち、 t^2 が最も大きい選手は $\boxed{$ である。

テの解答群

0 🕸 0 0	2 3	3 &	
---------	------------	-----	--

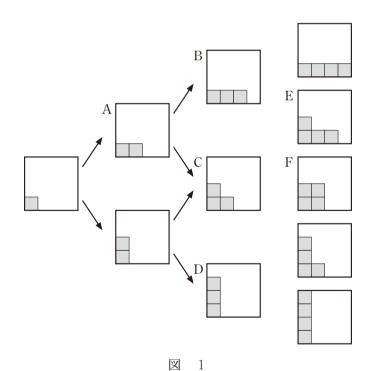
数学Ⅰ・数学Α 第3問~第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

1辺の長さが1である正方形のタイルが6枚ある。これらのタイルを1枚ずつ互いに重ならないように、1辺の長さが4である正方形の壁に貼っていくことを考える。ただし、新しく貼るタイルは、その左側と下側が壁の縁やすでに貼られているタイルとの間に隙間ができないように、詰めて貼られるものとする。また、新しく貼るタイルの位置の候補が全部でn箇所あるとき、そのうちのどの位置についてもタイルを貼る確率は $\frac{1}{n}$ であるものとする。

このとき、1枚目のタイルは壁の左下の隅に貼られることになる。また、2枚目のタイルを貼る位置の候補は、1枚目のタイルのすぐ右かすぐ上の2箇所となる。

同様に考えると、4枚目のタイルを貼るまでのタイルの配置は、図1のようになる。ただし、図1における矢印はタイルの配置の推移を表している。なお、3枚目から4枚目の間の矢印は省略している。



(数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

以下, タイルの配置を, 単に配置という。

(1) 2枚目のタイルを貼った時点での配置を考える。

(2) 3枚目のタイルを貼った時点での配置を考える。

3枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のBとなる確率は

$$\frac{\boxed{7}}{\boxed{7}} \times \frac{\boxed{\cancel{p}}}{\boxed{\cancel{D}}} = \frac{\boxed{\cancel{T}}}{\boxed{\cancel{p}}} \text{ τ b5.}$$

また、3枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のCとなる確率は

(3) 4枚目のタイルを貼った時点での配置を考える。ここで、図1を再掲しておく。

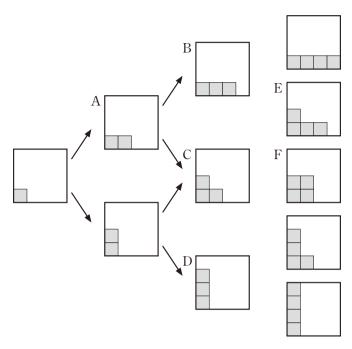


図1(再掲)

(i) 4枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のEとなるとき、3枚目のタイルを貼った時点でのあり得る配置は、図1のB、C、Dのうち ケ である。したがって、4枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のEとなる確率は コ である。

4枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のFとなるとき、3枚目のタイルを貼った時点でのあり得る配置は、図1のB、C、Dのうち ス である。したがって、4枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のFとなる確率は セ である。

の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ⑥ Bだけ
- ① Cだけ
- ② Dだけ

- ③ BとCだけ ④ BとDだけ
- 6 CとDだけ

- BとCとDのすべて
- (ii) 4枚目のタイルを貼った時点での配置が図1のEであったとき、2枚目の タイルを貼った時点での配置が図1のAである条件付き確率は る。
- (4) 6枚目のタイルを貼った時点での配置を考える。

6枚目のタイルを貼った時点での配置が図2となる確率は



図 2

数学 I・数学 A 第3問~第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

[1]

(1) 等式

を満たす整数 x, y の組を考えよう。

① を変形すると

$$(2x-\boxed{7})(y-\boxed{4})=\boxed{9}$$

となる。よって、① を満たす整数 x, y の組は \Box 個ある。それらの組の中で xy の値が最大になるのは

のときである。

(2) a を 0 以上の整数とする。等式

$$2xy - 4x - 3y = 3a$$

を満たす整数 x, y の組がちょうど 8 個になるような最小の a は + である。 (数学 $I \cdot$ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

[2] a, b, c は $3 \le a \le 6$, $0 \le b \le 6$, $1 \le c \le 4$ を満たす整数で、さらに c+1 < a を満たすとする。M を 7 進法で abc(7) と表される自然数とし、abc(7) の a と c を入れ替えて cba(7) と表される自然数をNとする。 X = M - N とおくと

$$X = \left(\boxed{2} \right) \times 7^2 + \boxed{7}$$

となる。この式は

$$X = \left(\boxed{\cancel{\mathcal{D}}} - 1 \right) \times 7^2 + \boxed{\mathbf{J}} \times 7 + 7 + \boxed{\cancel{\mathcal{F}}}$$

と変形できる。したがって、Xを7進法で

$$X = def_{(7)}$$

と表すと

$$d = \boxed{} -1$$
, $e = \boxed{}$, $f = 7 + \boxed{}$

となる。

次に、 $def_{(7)}$ の d とf を入れ替えて $fed_{(7)}$ と表される自然数をY とする。 X+Y を 7 進法で

$$X + Y = pqrs_{(7)}$$

と表すと

$$p = \boxed{\hspace{-0.1cm} \hspace{0.1cm} \hspace{0$$

となる。

(数学 I・数学A第4問は次ページに続く。)

■の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- $0 \ a b$
- \bigcirc c-a

- b-a
- **4**) c b
- (5) a c

- **6** 7 a
- 7 b
- **8** 7 c

サーマーゼーの解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- **0** 0

- ① 1 ② 2 ③ a-c ④ a-c-1

- **⑤** 5 **⑥** 6 **⑦** b **⑧** 7 a + c **⑨** 6 b

数学Ⅰ・数学A 第3問~第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

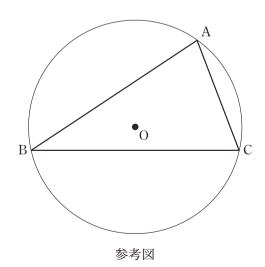
三角形の各頂点から向かい合う辺またはその延長に下ろした三つの垂線は1点で 交わることが知られている。この点を三角形の垂心という。

 \triangle ABCの外心を O, 垂心を H, 内心を I とする。点 O に関して, 点 A, B, C と対称な点を, それぞれ P, Q, R とする。直線 AH と直線 BC との交点を D, 直線 BH と直線 AC との交点を E とする。

- (1) △ABC を三つの辺の長さがすべて異なる鋭角三角形とする。
 - (i) 直線 AC は、三つの直線 AR、CP、 ア のそれぞれと垂直である。また、直線 BC は、三つの直線 AH、BR、 イ のそれぞれと垂直である。

ア , イ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

() AO	① AQ	2 BH	3 BO
4 СН	⑤ CO	6 CQ	7 НО



(数学 I・数学A第5問は次ページに続く。)

(ii) BD: DC = 4:1およびAE: EC = 2:3であるとする。 \triangle ADCと直線 BE に着目すると

である。よって、このことと(i)から、△ARBの面積は△ABCの面積の

(2) △ABCを三つの辺の長さがすべて異なる鋭角三角形とする。このとき、
$\triangle ABP$ と $oxedown oldsymbol{D}$ は相似である。なぜならば, $\triangle ABP$ と $oxedown oxedown oxedown$ はいずれも直
角三角形であり,また, $\angle APB = \boxed{ m f }$ が成り立つからである。
このことから,外心 O,垂心 H,内心 I についての次の命題 (a),(b) の真偽の
組合せとして正しいものは っ であることがわかる。

- (a) 直線 AO と直線 AH は直線 AI に関して対称である。
- (b) 外心Oと垂心Hは直線AIに関して対称である。

クの解答群

(0 △ACP **(0** △ADC **(2** △BPC **(3** △PHC

ケの解答群

() ∠ACD **(**) ∠BHC **(**2) ∠CAP **(**3) ∠CBP

コの解答群

	0	0	2	3
(a)	真	真	偽	偽
(P)	真	偽	真	偽

(数学 I・数学A第5問は次ページに続く。)

(3) △ABC を三つの辺の長さがすべて異なる鈍角三角形で、∠BAC が鈍角である ものとする。このとき

および

$$\angle OAI + \boxed{\triangleright} = 180^{\circ}$$

がつねに成り立つ。なお、角の大きさはすべて 0° より大きく 180° 以下で考える ものとする。

サの解答群

© ∠ACH ① ∠ADC ② ∠CAD ③ ∠CAI

シの解答群

 ∅
 ∠HAB
 ①
 ∠HAC
 ②
 ∠HAI
 ③
 ∠HAO