第4問　（選択問題）（配点　20）

(1)　数列$\{a_n\}$が

$$a_{n+1} - a_n = 14 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする。

$a_1 = 10$ のとき，$a_2 = \boxed{\text{アイ}}$，$a_3 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

数列$\{a_n\}$の一般項は，初項a_1を用いて

$$a_n = a_1 + \boxed{\text{オカ}}\,(n-1)$$

と表すことができる。

(2)　数列$\{b_n\}$が

$$2b_{n+1} - b_n + 3 = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする。

数列$\{b_n\}$の一般項は，初項b_1を用いて

$$b_n = \left(b_1 + \boxed{\text{キ}}\right)\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)^{n-1} - \boxed{\text{コ}}$$

と表すことができる。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんは

$$(c_n+3)(2c_{n+1}-c_n+3)=0 \quad (n=1,2,3,\cdots) \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす数列$\{c_n\}$について調べることにした。

(i)

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_1=5$のとき，$c_2=$ $\boxed{サ}$ である。
- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$のとき，$c_2=$ $\boxed{シス}$，$c_1=$ $\boxed{セソ}$ である。

(ii) 太郎さんは，数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$となる場合について考えている。

$c_3=-3$のとき，c_4がどのような値でも

$$(c_3+3)(2c_4-c_3+3)=0$$

が成り立つ。

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$，$c_4=5$のとき

$$c_1=\boxed{セソ},\ c_2=\boxed{シス},\ c_3=-3,\ c_4=5,\ c_5=\boxed{タ}$$

である。

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$，$c_4=83$のとき

$$c_1=\boxed{セソ},\ c_2=\boxed{シス},\ c_3=-3,\ c_4=83,\ c_5=\boxed{チツ}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(iii) 太郎さんは(i)と(ii)から，$c_n = -3$ となることがあるかどうかに着目し，次の**命題A**が成り立つのではないかと考えた。

> **命題A**　数列 $\{c_n\}$ が ① を満たし，$c_1 \neq -3$ であるとする。このとき，すべての自然数 n について $c_n \neq -3$ である。

命題Aが真であることを証明するには，**命題A**の仮定を満たす数列 $\{c_n\}$ について，$\boxed{\text{テ}}$ を示せばよい。

実際，このようにして**命題A**が真であることを証明できる。

$\boxed{\text{テ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $c_2 \neq -3$ かつ $c_3 \neq -3$ であること

① $c_{100} \neq -3$ かつ $c_{200} \neq -3$ であること

② $c_{100} \neq -3$ ならば $c_{101} \neq -3$ であること

③ $n = k$ のとき $c_n \neq -3$ が成り立つと仮定すると，$n = k + 1$ のときも $c_n \neq -3$ が成り立つこと

④ $n = k$ のとき $c_n = -3$ が成り立つと仮定すると，$n = k + 1$ のときも $c_n = -3$ が成り立つこと

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(iv) 次の(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)は，数列$\{c_n\}$に関する命題である。

(Ⅰ) $c_1 = 3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅱ) $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅲ) $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = 3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{ト}$ である。

$\boxed{ト}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(Ⅱ)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(Ⅲ)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽