〔2〕 $S(x)$をxの2次式とする。xの整式$P(x)$を$S(x)$で割ったときの商を$T(x)$，余りを$U(x)$とする。ただし，$S(x)$と$P(x)$の係数は実数であるとする。

(1) $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 10x + 5$，$S(x) = x^2 + 4x + 7$の場合を考える。

方程式$S(x) = 0$の解は$x = \boxed{\text{コサ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{シ}}}\,i$である。

また，$T(x) = \boxed{\text{ス}}\,x - \boxed{\text{セ}}$，$U(x) = \boxed{\text{ソタ}}$である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(2) 方程式 $S(x)=0$ は異なる二つの解 α，β をもつとする。このとき

$P(x)$ を $S(x)$ で割った余りが定数になる

ことと同値な条件を考える。

(i) 余りが定数になるときを考えてみよう。

仮定から，定数 k を用いて $U(x)=k$ とおける。このとき，$\boxed{\text{チ}}$。

したがって，余りが定数になるとき，$\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{チ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

① $P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

② $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

③ $P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪ $T(\alpha)=T(\beta)$	① $P(\alpha)=P(\beta)$
② $T(\alpha)\neq T(\beta)$	③ $P(\alpha)\neq P(\beta)$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(ii) 逆に $\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つとき，余りが定数になるかを調べよう。

$S(x)$ が 2 次式であるから，m，n を定数として $U(x) = mx + n$ とおける。$P(x)$ を $S(x)$，$T(x)$，m，n を用いて表すと，$P(x) = \boxed{\text{テ}}$ となる。この等式の x に α，β をそれぞれ代入すると $\boxed{\text{ト}}$ となるので，$\boxed{\text{ツ}}$ と $\alpha \neq \beta$ より $\boxed{\text{ナ}}$ となる。以上から余りが定数になることがわかる。

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ $(mx+n)S(x)T(x)$	① $S(x)T(x) + mx + n$
② $(mx+n)S(x) + T(x)$	③ $(mx+n)T(x) + S(x)$

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ $P(\alpha) = T(\alpha)$　かつ　$P(\beta) = T(\beta)$

① $P(\alpha) = m\alpha + n$　かつ　$P(\beta) = m\beta + n$

② $P(\alpha) = (m\alpha + n)T(\alpha)$　かつ　$P(\beta) = (m\beta + n)T(\beta)$

③ $P(\alpha) = P(\beta) = 0$

④ $P(\alpha) \neq 0$　かつ　$P(\beta) \neq 0$

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ $m \neq 0$	① $m \neq 0$　かつ　$n = 0$
② $m \neq 0$　かつ　$n \neq 0$	③ $m = 0$
④ $m = n = 0$	⑤ $m = 0$　かつ　$n \neq 0$
⑥ $n = 0$	⑦ $n \neq 0$

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(i), (ii)の考察から，方程式$S(x)=0$が異なる二つの解α，βをもつとき，$P(x)$を$S(x)$で割った余りが定数になることと $\boxed{\boxed{\text{ツ}}}$ であることは同値である。

(3) pを定数とし，$P(x)=x^{10}-2x^9-px^2-5x$，$S(x)=x^2-x-2$の場合を考える。$P(x)$を$S(x)$で割った余りが定数になるとき，$p=\boxed{\text{ニヌ}}$となり，その余りは$\boxed{\text{ネノ}}$となる。