

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

図 1 のように、平面上に 5 点 A, B, C, D, E があり、線分 AC, CE, EB, BD, DA によって、星形の図形ができるときを考える。線分 AC と BE の交点を P, AC と BD の交点を Q, BD と CE の交点を R, AD と CE の交点を S, AD と BE の交点を T とする。

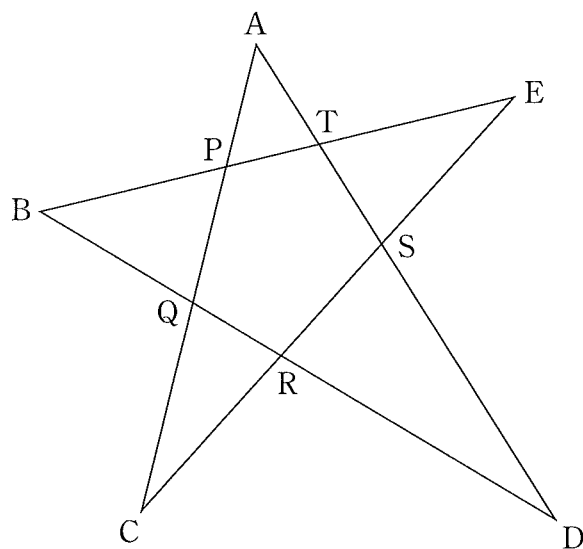


図 1

ここでは

$$AP : PQ : QC = 2 : 3 : 3, \quad AT : TS : SD = 1 : 1 : 3$$

を満たす星形の図形を考える。

以下の問題において比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えよ。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(1)  $\triangle AQD$  と直線  $CE$  に着目すると

$$\frac{QR}{RD} \cdot \frac{DS}{SA} \cdot \frac{\boxed{\text{ア}}}{CQ} = 1$$

が成り立つので

$$QR : RD = \boxed{\text{イ}} : \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また,  $\triangle AQD$  と直線  $BE$  に着目すると

$$QB : BD = \boxed{\text{エ}} : \boxed{\text{オ}}$$

となる。したがって

$$BQ : QR : RD = \boxed{\text{エ}} : \boxed{\text{イ}} : \boxed{\text{ウ}}$$

となることがわかる。

$\boxed{\text{ア}}$  の解答群

- |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| ① AC | ② AP | ③ AQ | ④ CP | ⑤ PQ |
|------|------|------|------|------|

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

## 数学 I ・ 数学 A

(2) 5 点 P, Q, R, S, T が同一円周上にあるとし,  $AC = 8$  であるとする。

(i) 5 点 A, P, Q, S, T に着目すると,  $AT : AS = 1 : 2$  より

$AT = \sqrt{\text{カ}}$  となる。さらに, 5 点 D, Q, R, S, T に着目すると  $DR = 4\sqrt{3}$  となることがわかる。

(ii) 3 点 A, B, C を通る円と点 D との位置関係を, 次の構想に基づいて調べよう。

構想

線分 AC と BD の交点 Q に着目し,  $AQ \cdot CQ$  と  $BQ \cdot DQ$  の大小を比べる。

まず,  $AQ \cdot CQ = 5 \cdot 3 = 15$  かつ  $BQ \cdot DQ = \text{キク}$  であるから

$$AQ \cdot CQ \text{ ケ } BQ \cdot DQ \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

が成り立つ。また, 3 点 A, B, C を通る円と直線 BD との交点のうち, B と異なる点を X とすると

$$AQ \cdot CQ \text{ コ } BQ \cdot XQ \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

が成り立つ。①と②の左辺は同じなので, ①と②の右辺を比べることにより,  $XQ \text{ サ } DQ$  が得られる。したがって, 点 D は 3 点 A, B, C を通る円の シ にある。

ケ ~ サ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

<u>①</u> <	<u>①</u> =	<u>②</u> >
------------	------------	------------

シ の解答群

<u>①</u> 内部	<u>①</u> 周上	<u>②</u> 外部
-------------	-------------	-------------

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(iii) 3点 C, D, E を通る円と 2点 A, B との位置関係について調べよう。

この星形の図形において, さらに  $CR = RS = SE = 3$  となることがわかる。したがって, 点 A は 3点 C, D, E を通る円の ス にあり, 点 B は 3点 C, D, E を通る円の セ にある。

ス, セ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 内部

② 周上

③ 外部