

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 37 ページの三角比の表
(20点) を用いてもよい。

水平な地面(以下，地面)に垂直に立っている電柱の高さを，その影の長さ
と太陽高度を利用して求めよう。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

図 1 のように、電柱の影の先端は坂の斜面(以下、坂)にあるとする。また、坂には傾斜を表す道路標識が設置されていて、そこには 7% と表示されているとする。

電柱の太さと影の幅は無視して考えるものとする。また、地面と坂は平面であるとし、地面と坂が交わってできる直線を l とする。

電柱の先端を点 A とし、根もとを点 B とする。電柱の影について、地面にある部分を線分 BC とし、坂にある部分を線分 CD とする。線分 BC, CD がそれぞれ l と垂直であるとき、電柱の影は坂に向かってまっすぐにのびているということにする。

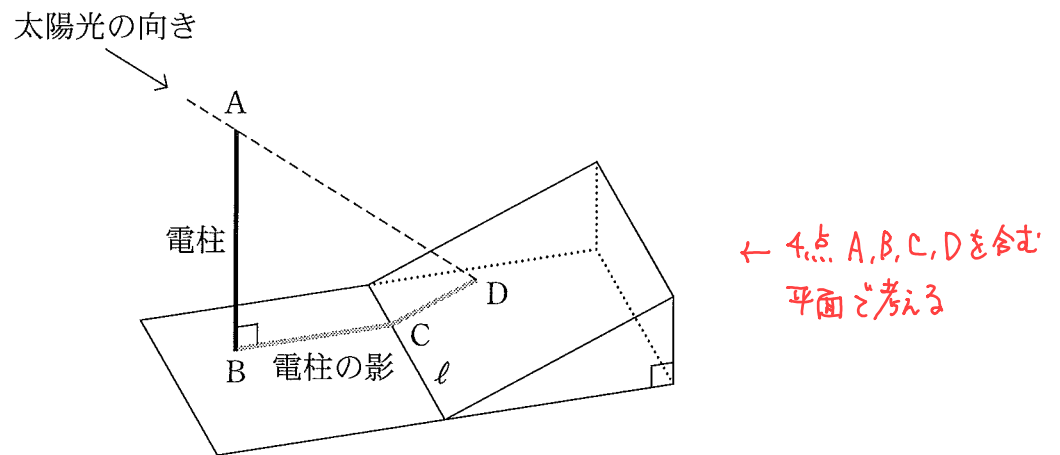


図 1

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびているとする。このとき、4点 A, B, C, D を通る平面は l と垂直である。その平面において、図 2 のように、直線 AD と直線 BC の交点を P とすると、太陽高度とは $\angle APB$ の大きさのことである。

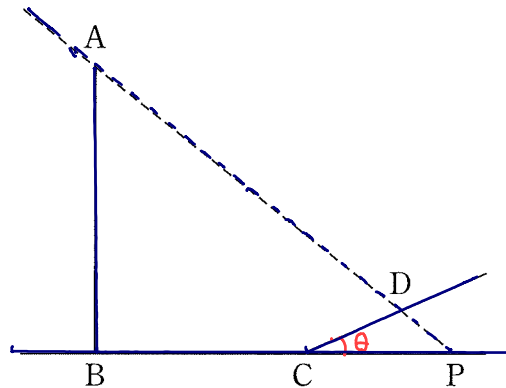


図 2

道路標識の 7% という表示は、この坂をのぼったとき、100 m の水平距離に対して 7 m の割合で高くなることを示している。 n を 1 以上 9 以下の整数とするとき、坂の傾斜角 $\angle DCP$ の大きさについて

$$n^\circ < \angle DCP < n^\circ + 1^\circ$$

を満たす n の値は 4 である。

以下では、 $\angle DCP$ の大きさは、ちょうど 4 $^\circ$ であるとする。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

$\angle DCP = \theta$
 とすると
 $\tan \theta = \frac{7}{100} = 0.07$
 三角比の表より
 $\tan 4^\circ = 0.0699$
 $\tan 5^\circ = 0.0875$

よって $4^\circ < \theta < 5^\circ$
 $n = \boxed{4}$

数学 I ・ 数学 A

ある日、電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびていたとき、影の長さを調べたところ $BC = 7\text{ m}$, $CD = 4\text{ m}$ であり、太陽高度は $\angle APB = 45^\circ$ であった。点 D から直線 AB に垂直な直線を引き、直線 AB との交点を E とするとき

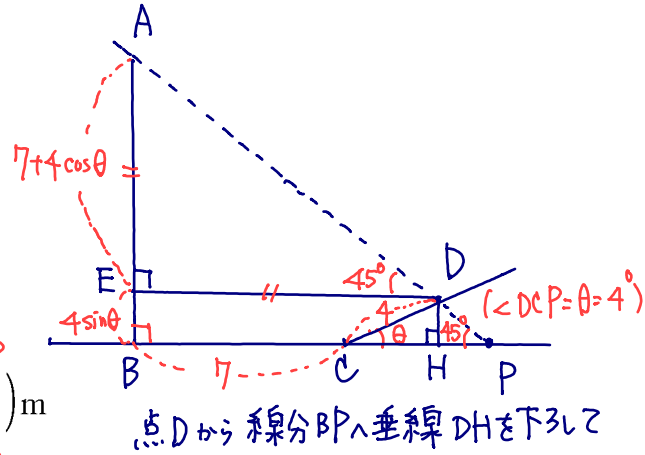
$$BE = \boxed{4} \times \boxed{0} \text{ m}$$

(4点)

であり

$$DE = (\boxed{7} + \boxed{4} \times \boxed{2}) \text{ m}$$

(4点)



である。よって、電柱の高さは、小数第 2 位で四捨五入すると $\boxed{11.3}$ m であることがわかる。

$$\begin{aligned} AB &= AE + BE = 7 + 4 \cos 4^\circ + 4 \sin 4^\circ \\ &= 7 + 4(\cos 4^\circ + \sin 4^\circ) \\ &= 7 + 4(0.0698 + 0.9976) \\ &= 7 + 4 \times 1.0674 = 7 + 4.2696 = 11.2696 \end{aligned}$$

(4点) 三角比の表

$\boxed{セ}$, $\boxed{チ}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。) $\hat{=} \boxed{11.3}$ (3点)

① $\sin \angle DCP$	② $\frac{1}{\sin \angle DCP}$	③ $\cos \angle DCP$
④ $\frac{1}{\cos \angle DCP}$	⑤ $\tan \angle DCP$	⑥ $\frac{1}{\tan \angle DCP}$

BE = DH = 4 sin theta
DE = BH = BC + CH = 7 + 4 cos theta
角 ADE = 45度
角 AED = 90度
より AE = DE
△AED は直角二等辺三角形

$\boxed{ツ}$ の解答群

① 10.4	② 10.7	③ 11.0
④ 11.3	⑤ 11.6	⑥ 11.9

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

別の日、電柱の影が坂に向かってまっすぐにのびていたときの太陽高度は $\angle APB = 42^\circ$ であった。電柱の高さがわかったので、前回調べた日からの影の長さの変化を知ることができる。電柱の影について、坂にある部分の長さは

CD

$$CD = \frac{AB - \boxed{7} \times \boxed{5}}{\boxed{0} + \boxed{1} \times \tan 42^\circ} \text{ m}$$

(4点)

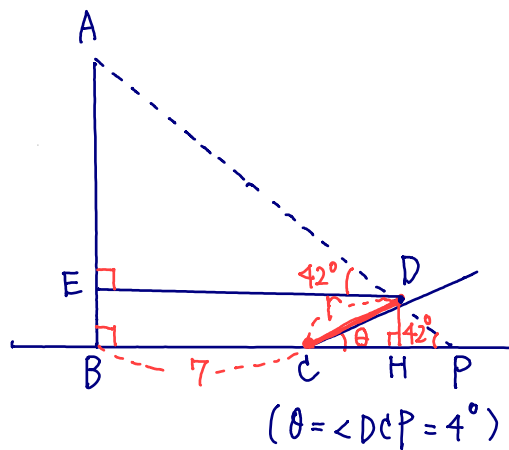
である。AB = $\boxed{11.3}$ m として、これを計算することにより、この日の電柱の影について、坂にある部分の長さは、前回調べた 4 m より約 1.2 m だけ長いことがわかる。

下の(補)ご一応やってみました
(電卓使いました)

$\boxed{\text{ト}}$ ~ $\boxed{\text{ニ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\sin \angle DCP$	④ $\cos \angle DCP$	⑦ $\tan \angle DCP$
② $\sin 42^\circ$	⑤ $\cos 42^\circ$	⑧ $\tan 42^\circ$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)



左図で $CD = r$ とし
 $BE = DH = r \sin \theta$
 $DE = BH = BC + CH = 7 + r \cos \theta$
 $AE = DE \tan 42^\circ = (7 + r \cos \theta) \tan 42^\circ$
 $BE + AE = AB$ ← 電柱 AB の長さに着目!

よ
 $r \sin \theta + (7 + r \cos \theta) \tan 42^\circ = AB$

よ
 $r (\sin \theta + \cos \theta \tan 42^\circ) = AB - 7 \tan 42^\circ$

よ
 $r = \frac{AB - 7 \tan 42^\circ}{\sin \theta + \cos \theta \tan 42^\circ}$ ⑤と
 ⑦ + ⑧ =

補 AB = 11.3 とし
 $r = \frac{11.3 - 7 \times 0.9004}{0.0698 + 0.9976 \cdot 0.9004}$
 $= \frac{11.3 - 6.3028}{0.0698 + 0.89823904} = \frac{4.9972}{0.96803904}$
 $= 5.162 \dots$
 $\approx 5.2 = 4 + 1.2$

= 角比の表より
 $\tan 42^\circ = 0.9004$
 $\sin \theta = \sin 4^\circ = 0.0698$
 $\cos \theta = \cos 4^\circ = 0.9976$

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—