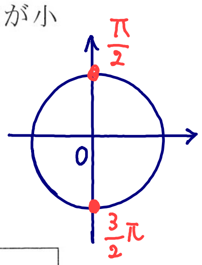
数学Ⅱ

第３問 (配点　20)

(1)　$\cos x = 0$ を満たす x は，$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲に二つある。そのうち，値が小さい方は $x =$ $\boxed{③}$ (2点) であり，大きい方は $x =$ $\boxed{⑨}$ (2点) である。



$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① $\frac{\pi}{6}$	② $\frac{\pi}{3}$	ア ③ $\frac{\pi}{2}$
④ $\frac{2}{3}\pi$	⑤ $\frac{5}{6}\pi$	⑥ π	⑦ $\frac{7}{6}\pi$
⑧ $\frac{4}{3}\pi$	イ ⑨ $\frac{3}{2}\pi$	ⓐ $\frac{5}{3}\pi$	ⓑ $\frac{11}{6}\pi$

(数学Ⅱ第３問は次ページに続く。)

(2)

$\cos 3x = \cos(2x+x) = \boxed{\cos 2x\cos x - \sin 2x \sin x}$ ⑤ウ

$+)\ \cos x = \cos(2x-x) = \boxed{\cos 2x\cos x + \sin 2x \sin x}$ ④エ

$\cos 3x + \cos x = 2\cos 2x \cos x$

(i)　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

を考える。

$\cos 3x + \cos 2x + \cos x$

$= \cos 3x + \cos x + \cos 2x$

$= 2\cos 2x \cos x + \cos 2x$

$= (\boxed{2\cos x} + 1)\cos 2x$ …②

⑥オ

三角関数の加法定理により

$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$

$\cos 3x = \cos(2x + x) = \boxed{⑤}$

$\cos x = \cos(2x - x) = \boxed{④}$ $\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$

(ウ,エ両方正解で3点)

が成り立つ。これらを用いると

②$=0$ とに $\cos x = -\frac{1}{2}$ …あ または $\cos 2x = 0$ …い

$2\cos x$

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = \left(\boxed{⑥} + 1\right)\cos 2x \qquad \cdots\cdots ②$$

(2点)

が得られる。

あ から $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

い から $0 \leqq 2x < 4\pi$ より $2x = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi$

$\times \frac{1}{2}$

$\therefore x = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

② により，① は $\boxed{6}$ 個の解をもつことがわかる。そのうち，最も小さ

(3点)

い解は $x = \dfrac{\pi}{\boxed{4}}$ であり，2 番目に小さい解は $x = \dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\pi$ である。

(2点)　(2点)

① の解は あ 又は い より 小さい順に

$x = \frac{\pi}{4}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{7}{4}\pi$

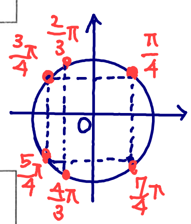
よって ① は $\boxed{6}$ 個の解をもつ カ

最も小さい解は $\boxed{\frac{\pi}{4}}$ キ

2番目に小さい解は $\boxed{\frac{2}{3}\pi}$ クケ

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	① $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
② $-\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	③ $-\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
エ ④ $\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	ウ ⑤ $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$
⑥ $-\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	⑦ $-\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$



$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ $\sin x$	① $-\sin x$	② $\cos x$	③ $-\cos x$
④ $2\sin x$	⑤ $-2\sin x$	⑥ $2\cos x$	⑦ $-2\cos x$

(数学Ⅱ第 3 問は次ページに続く。)

補 和積公式

$\cos X + \cos Y = 2\cos\frac{X+Y}{2}\cos\frac{X-Y}{2}$

数学Ⅱ

(ii) n を 3 以上の自然数とする。$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos(n+1)x + \cos nx + \cos(n-1)x = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{③}$$

を考える。

(i) と同じように考えると，③ のすべての解を求めることができる。そのうち，最も小さい解は $x = \boxed{\text{⑨}}$ であり，2 番目に小さい解は $x = \boxed{\text{ⓐ}}$ である。

$\frac{\pi}{2n}$ (2点)　　$\frac{3}{2n}\pi$ (2点)

$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① $\frac{\pi}{6}$	② $\frac{\pi}{4}$	③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$	⑤ $\frac{2}{3}\pi$	⑥ $\frac{\pi}{n}$	⑦ $\frac{2}{n}\pi$
⑧ $\frac{3}{n}\pi$	⑨ $\frac{\pi}{2n}$	ⓐ $\frac{3}{2n}\pi$	ⓑ $\frac{5}{2n}\pi$

(i) で同じように考えると

$$\cos(n+1)x = \cos(nx+x) = \cos nx\cos x - \sin nx \sin x$$
$$+)\ \cos(n-1)x = \cos(nx-x) = \cos nx\cos x + \sin nx \sin x$$
$$\cos(n+1)x + \cos(n-1)x = 2\cos nx\cos x$$

← 和積公式で出てくる

③は

$$\cos(n+1)x + \cos(n-1)x + \cos nx = 0$$
$$2\cos nx\cos x + \cos nx = 0$$

← (i) は $n=2$ のとき

$$(2\cos x + 1)\cos nx = 0$$
$$\cos x = -\frac{1}{2} \cdots \text{あ} \quad \text{または} \quad \cos nx = 0 \cdots \text{い}$$

補 $\cos n\pi$ は周期 $\frac{2\pi}{n}$ で い をみたす x は $2n$ 個ある

あ から $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

い から　$0 \leqq x < 2\pi$ なので $0 \leqq nx < 2n\pi$ より

$$nx = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi, \cdots, \frac{4n-3}{2}\pi, \frac{4n-1}{2}\pi$$

$2\times\frac{1}{n}$

$$\therefore\ x = \frac{\pi}{2n}, \frac{3}{2n}\pi, \frac{5}{2n}\pi, \frac{7}{2n}\pi, \cdots, \frac{4n-3}{2n}, \frac{4n-1}{2n}\pi$$

〰 は小さい解

ここで $n \geqq 3$ であるから

$$\frac{\pi}{2n} < \frac{3}{2n}\pi \leqq \frac{\pi}{2} < \frac{2}{3}\pi$$

よって ③ の解のうち

最も小さい解は $\boxed{\frac{\pi}{2n}}$ ⑨コ

2番目に小さい解は $\boxed{\frac{3}{2n}\pi}$ ⓐサ