第3問 (配点 30)

$= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$

$y=f(x)$ のグラフは
頂点 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$
軸：$x=-\frac{b}{2a}$

〔1〕 関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ について，$y=f(x)$ のグラフをコンピュータソフトを用いて表示させる。ただし，このコンピュータソフトでは，a，b，c の値は十分(じゅうぶん)に広い範囲で変化させられるものとする。

a，b，c の値をそれぞれ定めたところ，図1のように，x 軸の $-2<x<-1$ の部分と $-1<x<0$ の部分のそれぞれと交わる，上に凸の放物線が表示された。

補 グラフはだいたい
頂点 $\left(-\frac{5}{6}, \frac{1}{3}\right)$
$y=-\left(x+\frac{5}{6}\right)^2+\frac{1}{3}$
$=-x^2-\frac{5}{3}x-\frac{13}{36}$

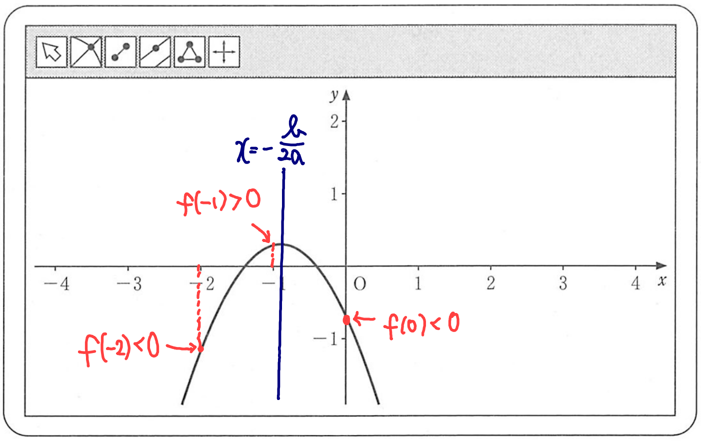


図 1

$y=f(x)$ のグラフは上に凸より
$\boxed{a<0}$ ⓪ア
軸が $x<0$ にあるので
$-\frac{b}{2a}<0$
$a<0$ なので $\boxed{b<0}$ ⓪イ
$f(0)=\boxed{c<0}$ ⓪ウ
$f(x)=0$ の判別式をDとして
$D=\boxed{b^2-4ac>0}$ ⓪エ
別 頂点のy座標が正なので
$-\frac{b^2-4ac}{4a}>0$
$a<0$ なので $\boxed{b^2-4ac>0}$
$f(-2)=\boxed{4a-2b+c<0}$ ⓪オ
$f(-1)=\boxed{a-b+c>0}$ ②カ

(1) 図1の放物線を表示させる a，b，c の値について

a $\boxed{0}$ 0，　b $\boxed{0}$ 0，　c $\boxed{0}$ 0，　b^2-4ac $\boxed{2}$ 0，

<　(1点)　<　(2点)　<　(1点)　>　(2点)

$4a-2b+c$ $\boxed{0}$ 0，　$a-b+c$ $\boxed{2}$ 0

<　>　(オ,カ両方正解で2点)

である。

ア ～ カ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

ア,イ,ウ,オ ⓪ <	① =	エ,カ ② >

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

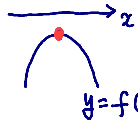
(2) 次の操作A，操作B，操作Cのうち，いずれか一つの操作を行う。

(1) より a, b, c はすべて負　　負の数をさらに小さくする

操作A：図1の状態から b，c の値は変えず，a の値だけを減少させる。
操作B：図1の状態から a，c の値は変えず，b の値だけを減少させる。
操作C：図1の状態から a，b の値は変えず，c の値だけを減少させる。

このとき，操作A，操作B，操作Cのうち

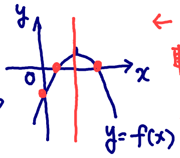
不等式 $f(x)<0$ の解が，すべての実数となること …E



← (頂点の y) <0
$b^2-4ac<0$

が起こり得る操作は $\boxed{5}$ 。また
(4点)

方程式 $f(x)=0$ は，異なる二つの正の解をもつこと …F



← $f(0)<0$
軸：$x=-\frac{b}{2a}>0$
$b^2-4ac>0$

が起こり得る操作は $\boxed{0}$ 。
(3点)

$\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \end{cases}$
のグラフが $x>0$ で異なる2つの共有点をもつ

キ ， ク の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

ク ⓪ ない
① 操作Aだけである
② 操作Bだけである
③ 操作Cだけである
④ 操作Aと操作Bだけである
キ ⑤ 操作Aと操作Cだけである
⑥ 操作Bと操作Cだけである
⑦ 操作Aと操作Bと操作Cのすべてである

操作Aを行うと
常に上に凸（形は変わる）
$b^2-4ac=b^2-\underbrace{4c}_{+}\cdot a$
a の値だけ減少すると
$b^2-4ac<0$
となるので $\boxed{E}$ が起こる

操作Bを行うと
b^2-4ac
b の値だけ減少すると
b^2 の値は増加するので
常に $b^2-4ac>0$
より $\boxed{E}$ は起こらない

操作Cを行うと
$b^2-\underbrace{4a}_{+}c$
c の値だけ減少すると
$b^2-4ac<0$
となるので $\boxed{E}$ が起こる

どの操作を行っても
軸：$x=-\frac{b}{2a}$ (<0)
は常に $x<0$ にある
ゆえに $\boxed{F}$ は起こらない

よって $\boxed{5}$ …キ
$\boxed{0}$ …ク