第 3 問 （配点　30）

$y=f(x)$ のグラフは
頂点 $\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$
軸 : $x=-\frac{b}{2a}$

$= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

〔1〕　関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ について，$y=f(x)$ のグラフをコンピュータソフトを用いて表示させる。ただし，このコンピュータソフトでは，a，b，c の値は十分（じゅうぶん）に広い範囲で変化させられるものとする。

　a，b，c の値をそれぞれ定めたところ，図 1 のように，x 軸の $-2<x<-1$ の部分と $-1<x<0$ の部分のそれぞれと交わる，上に凸の放物線が表示された。

補 グラフはだいたい
頂点 $\left(-\frac{5}{6},\ \frac{1}{3}\right)$
$y=-\left(x+\frac{5}{6}\right)^2+\frac{1}{3}$
$=-x^2-\frac{5}{3}x-\frac{13}{36}$

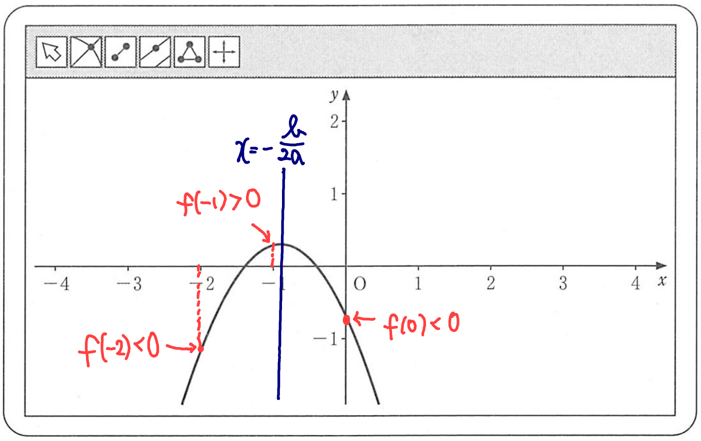


図　1

$y=f(x)$ のグラフは上に凸より
$\boxed{a<0}$ ⓪ア
軸が $x<0$ にあるので
$-\frac{b}{2a}<0$
$a<0$ なので $\boxed{b<0}$ ⓪イ
$f(0)=\boxed{c<0}$ ⓪ウ
$f(x)=0$ の判別式を D として
$D=\boxed{b^2-4ac>0}$ ⓪エ
別 頂点の y 座標が正なので
$-\frac{b^2-4ac}{4a}>0$
$a<0$ なので $\boxed{b^2-4ac>0}$
$f(-2)=\boxed{4a-2b+c<0}$ ⓪オ
$f(-1)=\boxed{a-b+c>0}$ ②カ

(1)　図 1 の放物線を表示させる a，b，c の値について

a [⓪] 0，　b [⓪] 0，　c [⓪] 0，　b^2-4ac [②] 0，
（1点）　（2点）　（1点）　（2点）

$4a-2b+c$ [⓪] 0，　$a-b+c$ [②] 0

である。

（オ，カ両方正解で 2点）

[ア] ～ [カ] の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $<$	① $=$	② $>$

ア，イ，ウ，オ　　エ，カ

（数学 I 第 3 問は次ページに続く。）

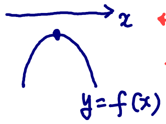
(2) 次の操作A，操作B，操作Cのうち，いずれか一つの操作を行う。

(1) より a, b, c はすべて負　　　負の数をさらに小さくする

> 操作A：図1の状態から b，c の値は変えず，a の値だけを減少させる。
>
> 操作B：図1の状態から a，c の値は変えず，b の値だけを減少させる。
>
> 操作C：図1の状態から a，b の値は変えず，c の値だけを減少させる。

このとき，操作A，操作B，操作Cのうち

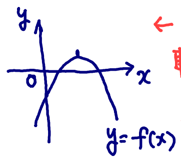
$\boxed{\text{不等式 } f(x) < 0 \text{ の解が，すべての実数となること}}$ … $\boxed{E}$



← (頂点のy) < 0　$b^2-4ac<0$

が起こり得る操作は $\boxed{5}$ (4点)。また

$\boxed{\text{方程式 } f(x) = 0 \text{ は，異なる二つの正の解をもつこと}}$ … $\boxed{F}$



← $f(0)<0$　軸：$x=-\frac{b}{2a}>0$　$b^2-4ac>0$

が起こり得る操作は $\boxed{0}$ (3点)。

$\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- ⓪ ない　ク
- ① 操作Aだけである
- ② 操作Bだけである
- ③ 操作Cだけである
- ④ 操作Aと操作Bだけである
- ⑤ 操作Aと操作Cだけである　キ
- ⑥ 操作Bと操作Cだけである
- ⑦ 操作Aと操作Bと操作Cのすべてである

操作Aを行うと
常に上に凸（形は変わる）
$b^2-4ac = b^2 \underbrace{-4c}_{\oplus}\cdot a$
a の値だけ減少すると
$b^2-4ac<0$
となるので $\boxed{E}$ が起こる

操作Bを行うと
b^2-4ac
b の値だけ減少すると
b^2 の値は増加するので
常に $b^2-4ac>0$