

数学 I

$$U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

(2) 全体集合 U を 2 以上 9 以下の自然数全体の集合とする。 a, b, c, d は U の
 (10点) 異なる要素とする。また、 U の部分集合 A, B, C, D を $\underline{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}$

$$A = \{n \mid n \text{ は } U \text{ の要素かつ } a \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{n \mid n \text{ は } U \text{ の要素かつ } b \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{n \mid n \text{ は } U \text{ の要素かつ } c \text{ の倍数}\}$$

$$D = \{n \mid n \text{ は } U \text{ の要素かつ } d \text{ の倍数}\}$$

とする。

なお、 $A \cup B \cup C$ とは、 $(A \cup B) \cup C$ のことであり、 $A \cup B \cup C \cup D$ とは、 $(A \cup B \cup C) \cup D$ のことである。

(1) $a = 4, b = 5$ のとき

$$A \cup B = \{\boxed{4}, \boxed{5}, \boxed{8}\}$$

(2点)

である。ただし、 $\boxed{\text{シ}} < \boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{セ}}$ とする。

$$a=4, b=5 \text{ のとき}$$

$$A = \{4, 8\}$$

$$B = \{5\}$$

$$\therefore A \cup B = \boxed{4, 5, 8}$$

シスセ

(2) $a = 2, b = 3$ のとき

$$A \cap \bar{B} = \{\boxed{2}, \boxed{4}, \boxed{8}\}$$

(2点)

である。ただし、 $\boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{タ}} < \boxed{\text{チ}}$ とする。

$$a=2, b=3 \text{ のとき}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

Aから $A \cap B$
の6をのぞく

$$A \cap \bar{B} = \boxed{2, 4, 8}$$

ヤタチ

数学 I

↙ この不等式に注意

(3) 以下, $a < b < c < d$ とする。

$$a=2, b=3 \text{ のとき } 3 < c < d \leq 9$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

(i) $a = 2, b = 3$ のとき, $A \cup B = \overline{C} \cap \overline{D}$ が成り立つのは, $\overline{A \cup B} = \{5, 7\}$

$$c = \boxed{5}, d = \boxed{7} \text{ のときである。}$$

(2点)

$$\overline{A \cup B} = \overline{\overline{C} \cap \overline{D}} = C \cup D$$

$$\text{よって } C = \boxed{5}, D = \boxed{7} \quad C = \{5\} \quad D = \{7\}$$

(ii) $A \cup B \cup C \cup D = U$ が成り立つのは, $a = \boxed{2}, b = \boxed{3},$

$$c = \boxed{5}, d = \boxed{7} \text{ のときである。}$$

(2点)

$$A \cup B \cup C \cup D = U \text{ になるには}$$

$$2 \in U, 3 \in U, 5 \in U, 7 \in U \text{ となる必要があるから}$$

$$\boxed{a=2, b=3, c=5, d=7} \quad \text{トトニ, ツテ}$$

逆にこのとく

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

$$C = \{5\}$$

$$D = \{7\}$$

$$\text{より } A \cup B \cup C \cup D = U$$

(iii) $a = 2$ であることは, $\{2, 6, 8\} \subset A \cup B \cup C$ であるための

$$\boxed{②}$$

(1点)

$$\text{ための } \boxed{③}.$$

(1点)

ネ, ノ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 必要条件であるが, 十分条件ではない

① 十分条件であるが, 必要条件ではない

✖ ② 必要十分条件である

✖ ③ 必要条件でも十分条件でもない

真を○, 偽をX
とする。

$$a=2 \xrightarrow{\text{O}} \{2, 6, 8\} \subset A \cup B \cup C$$

ネ

$$b=6 \xrightarrow{\text{X}} \{2, 6, 8\} \subset A \cup B \cup C$$

ノ

→ の証明 $a=2$ であるとき

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

であるから

$$\{2, 6, 8\} \subset A$$

なので

$$\{2, 6, 8\} \subset A \subset A \cup B \cup C$$

$$\{2, 6, 8\} \subset A \cup B \cup C \text{ であるとき}$$

$a \neq 2$ とすると $3 \leq a < b < c$ となり $\leftarrow a \text{ の倍数}$

$b \in A \cup B \cup C$ であるからみたされない $\leftarrow b \text{ の倍数}$

$c \in A \cup B \cup C$ であるからみたされない $\leftarrow c \text{ の倍数}$

よって $a=2$

→ の反例

$b=6$ であるとき

$$B = \{6\}$$

であるから

$$a=5, c=7$$

$$\text{とく } A = \{5\}$$

$$C = \{7\}$$

より $A \cup B \cup C = \{5, 6, 7\}$

$\{2, 6, 8\} \subset A \cup B \cup C$ であるとき

$$a=2, b=3$$

とく $2+7=9$ ある $b \neq 6$

よって $a=2$