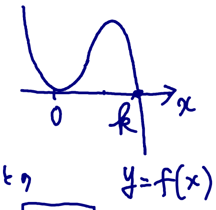
第2問 （必答問題）（配点 30）

〔1〕
(15点)

$f(x)=0$
とすると $x=0, k$
$(0<k)$
よって $y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の座標は $(0,0)$ と $\boxed{(k,0)}$ ④ア



(1) k を正の定数とし，次の3次関数を考える。

$$f(x)=x^2(k-x)$$

$y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の座標は $(0, 0)$ と $\left(\boxed{\text{ア } ④},\ 0\right)$ である。
k
(1点)

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{イ } -3}\,x^2+\boxed{\text{ウ } 2}\,kx$$

である。
(3点)

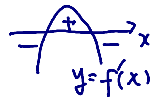
$f(x)=-x^3+kx^2$
$f'(x)=\boxed{-3x^2+2kx}$ イウ，エ
$=-x(3x-2k)$

$x=\boxed{\text{オ } ⓪}$ のとき，$f(x)$ は極小値 $\boxed{\text{カ } ⓪}$ をとる。
0 (1点)　0 (1点)

$x=\boxed{\text{キ } ③}$ のとき，$f(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ク } ⑨}$ をとる。
$\frac{2}{3}k$ (1点)　$\frac{4}{27}k^3$ (1点)

また，$0<x<k$ の範囲において $x=\boxed{\frac{2}{3}k}$ のとき $f(x)$ は最大となることがわかる。

$f'(x)=0$ と $x=0, \frac{2}{3}k$

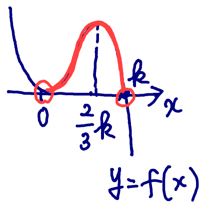


x	…	0	…	$\frac{2}{3}k$	…
$f'(x)$	−	0	+	0	−
$f(x)$	↘	0	↗	$\frac{4}{27}k^3$	↘

$f(0)=0$
$f\left(\frac{2}{3}k\right)=\frac{4}{27}k^3$

$x=\boxed{0}$ のとき $f(x)$ の極小値 $\boxed{0}$ ⓪カ
⓪オ
$x=\boxed{\frac{2}{3}k}$ のとき $f(x)$ の極大値 $\boxed{\frac{4}{27}k^3}$
③キ　⑨ク

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）



⓪ 0	① $\dfrac{1}{3}k$	② $\dfrac{1}{2}k$	③ $\dfrac{2}{3}k$
④ k	⑤ $\dfrac{3}{2}k$	⑥ $-4k^2$	⑦ $\dfrac{1}{8}k^2$
⑧ $\dfrac{2}{27}k^3$	⑨ $\dfrac{4}{27}k^3$	ⓐ $\dfrac{4}{9}k^3$	ⓑ $4k^3$

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

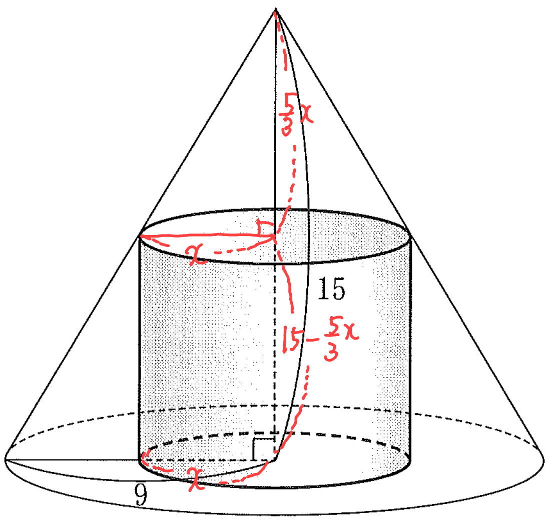
(2)　後の図のように底面が半径 9 の円で高さが 15 の円錐(すい)に内接する円柱を考える。円柱の底面の半径と体積をそれぞれ x，V とする。V を x の式で表すと

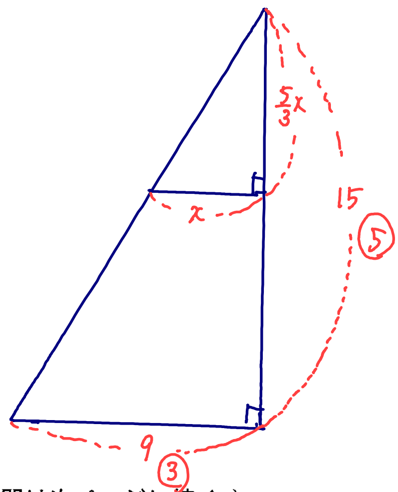
$$V = \frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}\pi x^2\left(\boxed{9} - x\right)\quad (0 < x < 9)$$

(3点)

である。(1)の考察より，$x = \boxed{6}$ のとき V は最大となることがわかる。V の最大値は $\boxed{180}\,\pi$ である。

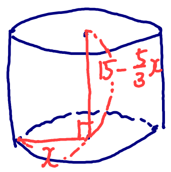
(2点)　(2点)





(数学Ⅱ・数学B第 2 問は次ページに続く。)

← (1)で $k=9$

$V =$ 

$= \pi x^2\left(15 - \frac{5}{3}x\right)$

$= \boxed{\frac{5}{3}\pi x^2\left(9-x\right)}$

ケコ　サ

$f(x) = x^2(9-x)$　$(0<x<9)$

とおくと

$V = \frac{5}{3}\pi f(x)$

(1)より $x = \boxed{6}$ シ

のとき V の最大となる。

V の最大値は

$\frac{5}{3}\pi f(6) = \frac{5}{3}\pi\cdot 36\cdot 3$

$= \boxed{180\pi}$

タチツ