

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 三角関数の値の大小関係について考えよう。

(1)  $x = \frac{\pi}{6}$  のとき  $\sin x$    $\sin 2x$  であり,  $x = \frac{2}{3}\pi$  のとき

$\sin x$    $\sin 2x$  である。

,  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

①	<	②	=	③	>
---	---	---	---	---	---

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2)  $\sin x$  と  $\sin 2x$  の値の大小関係を詳しく調べよう。

$$\sin 2x - \sin x = \sin x \left( \boxed{\text{ウ}} \cos x - \boxed{\text{エ}} \right)$$

であるから、 $\sin 2x - \sin x > 0$  が成り立つことは

$$\left[ \sin x > 0 \quad \text{かつ} \quad \boxed{\text{ウ}} \cos x - \boxed{\text{エ}} > 0 \right] \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

または

$$\left[ \sin x < 0 \quad \text{かつ} \quad \boxed{\text{ウ}} \cos x - \boxed{\text{エ}} < 0 \right] \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

が成り立つことと同値である。 $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき、 $\textcircled{1}$  が成り立つような  $x$  の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり、 $\textcircled{2}$  が成り立つような  $x$  の値の範囲は

$$\pi < x < \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$$

である。よって、 $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき、 $\sin 2x > \sin x$  が成り立つような  $x$  の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}, \quad \pi < x < \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

(3)  $\sin 3x$  と  $\sin 4x$  の値の大小関係を調べよう。

三角関数の加法定理を用いると、等式

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

が得られる。 $\alpha + \beta = 4x$ ,  $\alpha - \beta = 3x$  を満たす  $\alpha$ ,  $\beta$  に対して  $\textcircled{3}$  を用いることにより、 $\sin 4x - \sin 3x > 0$  が成り立つことは

$$\left[ \cos \boxed{\text{ク}} > 0 \quad \text{かつ} \quad \sin \boxed{\text{ケ}} > 0 \right] \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

または

$$\left[ \cos \boxed{\text{ク}} < 0 \quad \text{かつ} \quad \sin \boxed{\text{ケ}} < 0 \right] \quad \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

が成り立つことと同値であることがわかる。

$0 \leq x \leq \pi$  のとき、 $\textcircled{4}$ ,  $\textcircled{5}$  により、 $\sin 4x > \sin 3x$  が成り立つような  $x$  の値の範囲は

$$0 < x < \frac{\pi}{\boxed{\text{コ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \pi$$

である。

$\boxed{\text{ク}}$ ,  $\boxed{\text{ケ}}$  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

$\textcircled{0}$ 0	$\textcircled{1}$ $x$	$\textcircled{2}$ $2x$	$\textcircled{3}$ $3x$
$\textcircled{4}$ $4x$	$\textcircled{5}$ $5x$	$\textcircled{6}$ $6x$	$\textcircled{7}$ $\frac{x}{2}$
$\textcircled{8}$ $\frac{3}{2}x$	$\textcircled{9}$ $\frac{5}{2}x$	$\textcircled{a}$ $\frac{7}{2}x$	$\textcircled{b}$ $\frac{9}{2}x$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(4) (2), (3)の考察から,  $0 \leq x \leq \pi$  のとき,  $\sin 3x > \sin 4x > \sin 2x$  が成り立つような  $x$  の値の範囲は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{コ}}} < x < \frac{\pi}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi < x < \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi$$

であることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)