〔2〕

$$\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx = \left[\frac{x^2}{10}+3x\right]_0^{30} = 90 + 90 = \boxed{180}$$

アイウ

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx$ の値は $\boxed{180}$ である。

(3点)

また，関数 $\dfrac{1}{100}x^2-\dfrac{1}{6}x+5$ の不定積分は

$$\int\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx = \boxed{\frac{1}{300}x^3-\frac{1}{12}x^2+5x+C}$$

テトナ　ニヌ　ネ

$$\int\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx = \frac{1}{\boxed{300}}x^3-\frac{1}{\boxed{12}}x^2+\boxed{5}x+C$$

(3点)

である。ただし，C は積分定数とする。

(2) ある地域では，毎年3月頃「ソメイヨシノ（桜の種類）の開花予想日」が話題になる。太郎さんと花子さんは，開花日時を予想する方法の一つに，2月に入ってからの気温を時間の関数とみて，その関数を積分した値をもとにする方法があることを知った。ソメイヨシノの開花日時を予想するために，二人は図1の6時間ごとの気温の折れ線グラフを見ながら，次のように考えることにした。

積分で
開花日時を
予想できる

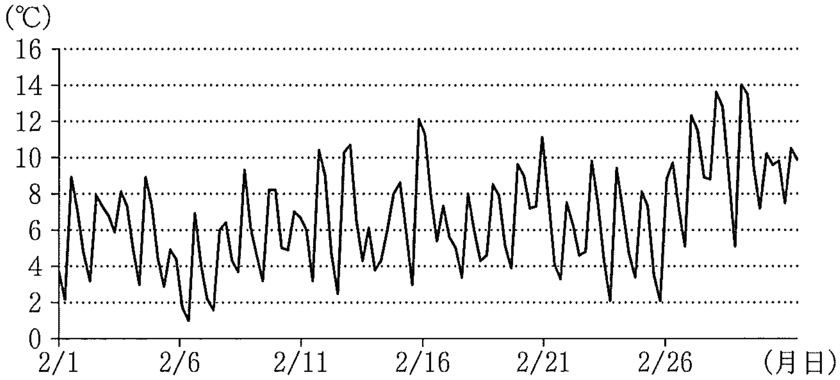


図1　6時間ごとの気温の折れ線グラフ

2月から

x の値の範囲を0以上の実数全体として，2月1日午前0時から $24x$ 時間経った時点を x 日後とする。（例えば，10.3日後は2月11日午前7時12分を表す。）また，x 日後の気温を y ℃とする。このとき，y は x の関数であり，これを $y=f(x)$ とおく。ただし，y は負にはならないものとする。

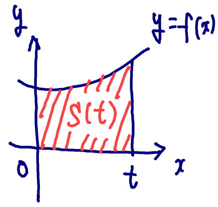
例 $x=10.3$ として
$24x = 24\times 10.3$
$= 240+7.2$

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

気温を表す関数 $f(x)$ を用いて二人はソメイヨシノの開花日時を次の**設定**で考えることにした。

設定

正の実数 t に対して，$f(x)$ を 0 から t まで積分した値を $S(t)$ とする。すなわち，$S(t)=\int_0^t f(x)\,dx$ とする。この $S(t)$ が 400 に到達したとき，ソメイヨシノが開花する。



S(t) は上図の斜線部の面積
S(t) は t に関して単調増加で
S(t) = 400
となる t を t_0 とすると
2月に入ってから
t_0 日後に開花する

設定のもと，太郎さんは気温を表す関数 $y=f(x)$ のグラフを図 2 のように直線とみなしてソメイヨシノの開花日時を考えることにした。

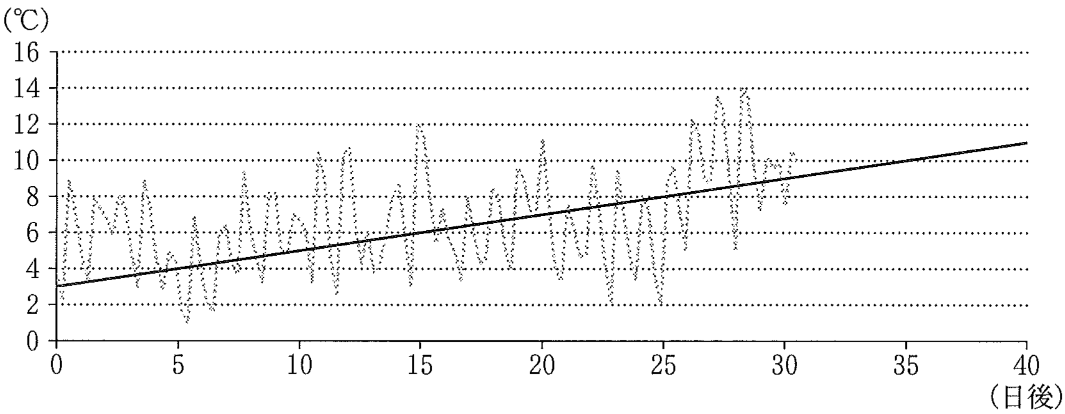


図 2　図 1 のグラフと，太郎さんが直線とみなした $y=f(x)$ のグラフ

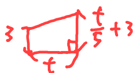
(i)　太郎さんは

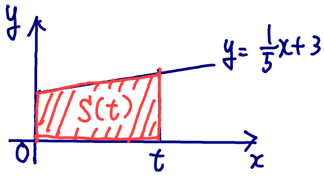
$$f(x)=\frac{1}{5}x+3 \quad (x \geqq 0)$$

として考えた。このとき，ソメイヨシノの開花日時は 2 月に入ってから

$\boxed{}$ 4 となる。

(3点)

台形  の面積



$S(t)=\int_0^t f(x)dx=\int_0^t\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx$

$=\left[\frac{x^2}{10}+3x\right]_0^t=\frac{t^2}{10}+3t$

$=\frac{t(t+30)}{10}$

$\boxed{}$ ノ の解答群

⓪ 30 日後	① 35 日後	② 40 日後
③ 45 日後	④ 50 日後	⑤ 55 日後
⑥ 60 日後	⑦ 65 日後	

$S(t)=400$
とすると
$t(t+30)=4000$
$t^2+30t-4000=0$
$(t-50)(t+80)=0$
$t>0$ より $t=50$
よって $\boxed{50}$ 日後

(補) $S(50)=\frac{50(50+30)}{10}=400$

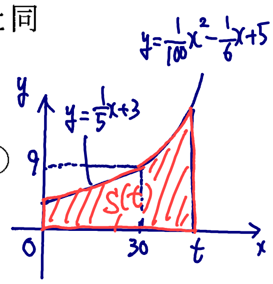
(数学Ⅱ・数学B第 2 問は次ページに続く。)

(ii) 太郎さんと花子さんは，2月に入ってから30日後以降の気温について話をしている。

太郎：1次関数を用いてソメイヨシノの開花日時を求めてみたよ。

花子：気温の上がり方から考えて，2月に入ってから30日後以降の気温を表す関数が2次関数の場合も考えてみようか。

花子さんは気温を表す関数 $f(x)$ を，$0 \leqq x \leqq 30$ のときは太郎さんと同じように



$$f(x)=\frac{1}{5}x+3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

とし，$x \geqq 30$ のときは

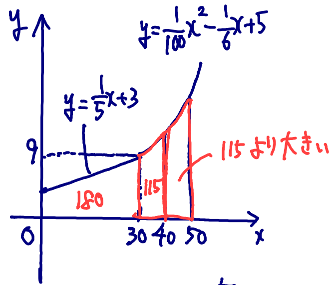
$$f(x)=\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

として考えた。なお，$x=30$ のとき①の右辺の値と②の右辺の値は一致する。花子さんの考えた式を用いて，ソメイヨシノの開花日時を考えよう。(1)より

$$\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx = \boxed{180} \quad < 400$$

30日後は開花しない

であり



$$\int_{30}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx = 115$$

となることがわかる。

また，$x \geqq 30$ の範囲において $f(x)$ は増加する。よって

$$\int_{30}^{40} f(x)\,dx \quad \boxed{\text{〈} \; 0} \quad \int_{40}^{50} f(x)\,dx$$

(3点)

$115 = \int_{30}^{40} f(x)\,dx \boxed{<} \int_{40}^{50} f(x)\,dx$ ⓪へ

であることがわかる。以上より，ソメイヨシノの開花日時は2月に入ってから $\boxed{4}$ となる。

40日後より後，かつ50日後より前

(3点)

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

ハ の解答群

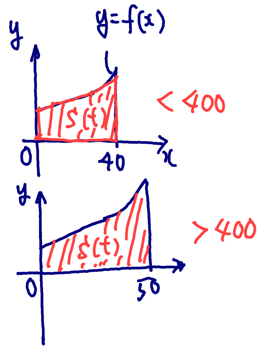
⓪ <	① =	② >

ヒ の解答群

⓪ 30 日後より前
① 30 日後
② 30 日後より後，かつ 40 日後より前
③ 40 日後
④ 40 日後より後，かつ 50 日後より前
⑤ 50 日後
⑥ 50 日後より後，かつ 60 日後より前
⑦ 60 日後
⑧ 60 日後より後

$S(40)=\int_0^{40} f(x)\,dx=\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx+\int_{30}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx=180+115=295<400$

$S(50)=\int_0^{50} f(x)\,dx=\underbrace{\int_0^{40} f(x)\,dx}_{S(40)}+\underbrace{\int_{40}^{50}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx}_{\int_{30}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx=115\text{ より大きい}}>295+115=410>400$



$S(t)=400$ となる t が $40<t<50$ にあるので

40日後より後，かつ 50日後より前に開花する.

$\boxed{4}$ ヒ