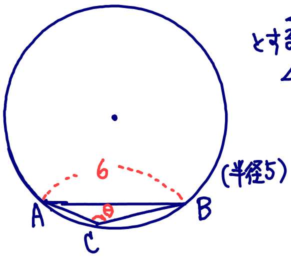
数学Ⅰ・数学A

(1)
(i)



∠ACB＝θ (90°＜θ＜180°) とする。
△ABC に正弦定理を用いて

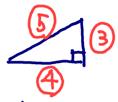
$\dfrac{6}{\sin\theta} = 2\cdot 5$

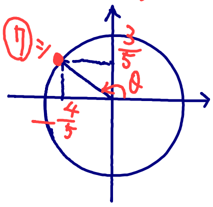
∴ $\sin\theta = \boxed{\dfrac{3}{5}}$ ⓪サ

$\cos^2\theta = 1-\sin^2\theta = 1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{16}{25}$

$\cos\theta < 0$ なので

$\cos\theta = \boxed{-\dfrac{4}{5}}$ ⑦シ





〔2〕
(20点)

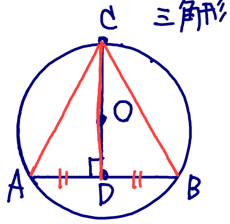
(1) 点 O を中心とし，半径が 5 である円 O がある。この円周上に 2 点 A，B を AB ＝ 6 となるようにとる。また，円 O の円周上に，2 点 A，B とは異なる点 C をとる。

(i) sin $\boxed{\angle ACB}$（θ）＝ $\boxed{⓪}$（$\frac{3}{5}$）(3点) である。また，点 C を ∠ACB が鈍角となるようにとるとき，cos $\boxed{\angle ACB}$（θ）＝ $\boxed{⑦}$（$-\frac{4}{5}$）(3点) である。

(ii) 点 C を △ABC の面積が最大となるようにとる。点 C から直線 AB に垂直な直線を引き，直線 AB との交点を D とするとき，

底辺を線分AB(=6)として，高さが最大になる場合で △ABC は CA=CB の二等辺三角形

tan ∠OAD ＝ $\boxed{④}$（$\frac{4}{3}$）(2点) である。また，△ABC の面積は $\boxed{27}$ (2点) である。



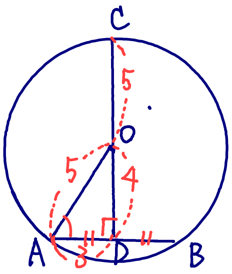
(図は大ざっぱ)

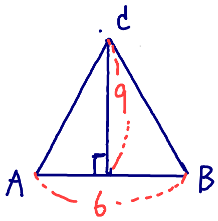
$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ス}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\frac{3}{5}$ サ	① $\frac{3}{4}$	② $\frac{4}{5}$	③ 1	④ $\frac{4}{3}$ ス
⑤ $-\frac{3}{5}$	⑥ $-\frac{3}{4}$	⑦ $-\frac{4}{5}$ シ	⑧ -1	⑨ $-\frac{4}{3}$

（数学Ⅰ・数学A第 1 問は 34 ページに続く。）

(ii)





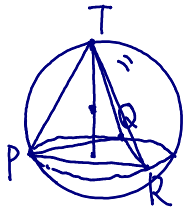
△ABC の面積が最大となるのは，左図のときで，
線分CD は点Oを含み，CD⊥AB
点D は線分AB の中点なので $AD = BD = \frac{1}{2}AB = 3$

$\tan\angle OAD = \dfrac{OD}{AD} = \boxed{\dfrac{4}{3}}$ ④ス

△ABC の面積は

$\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot CD = \dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 9 = \boxed{27}$ セソ

(2) 半径が5である球Sがある。この球面上に3点P，Q，Rをとったとき，これらの3点を通る平面α上でPQ ＝ 8，QR ＝ 5，RP ＝ 9であったとする。

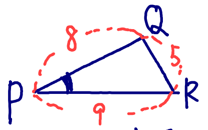


球Sの球面上に点Tを三角錐(すい)TPQRの体積が最大となるようにとるとき，その体積を求めよう。

底面を△PQRとみて高さが最大になる場合

まず，$\cos\angle QPR = \dfrac{\boxed{5}}{\boxed{6}}$ であることから，△PQRの面積は (2点)

$\boxed{6}\sqrt{\boxed{11}}$ である。(3点)



△PQRに余弦定理を用いて

$\cos\angle QPR = \dfrac{8^2+9^2-5^2}{2\cdot8\cdot9} = \dfrac{\cancel{120}\,5}{2\cdot\cancel{8}\cdot\cancel{3}\,3} = \boxed{\dfrac{5}{6}}$ $\dfrac{9}{4}$

$\sin\angle QPR = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$ ……①

$\triangle PQR = \dfrac{1}{2}\cdot8\cdot9\cdot\dfrac{\sqrt{11}}{6} = \boxed{6\sqrt{11}}$ ツテト

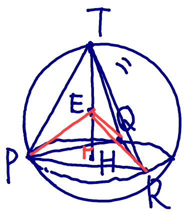
次に，点Tから平面αに垂直な直線を引き，平面αとの交点をHとする。このとき，PH，QH，RHの長さについて，$\boxed{6}$ が成り立つ。

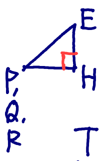
PH＝QH＝RH (2点)

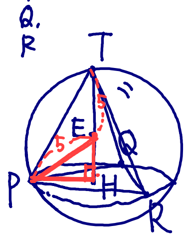
以上より，三角錐TPQRの体積は $\boxed{10}\left(\sqrt{\boxed{11}}+\sqrt{\boxed{2}}\right)$ である。(3点)

ナ の解答群

⓪ PH ＜ QH ＜ RH	① PH ＜ RH ＜ QH
② QH ＜ PH ＜ RH	③ QH ＜ RH ＜ PH
④ RH ＜ PH ＜ QH	⑤ RH ＜ QH ＜ PH
⑥ PH ＝ QH ＝ RH	







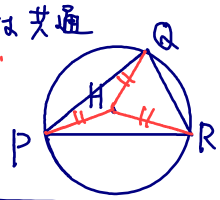
三角錐TPQRの体積が最大となるのは左図のときで

球Sの中心をEとして，線分THは点Eを含み，TH ⊥ 平面α

EP＝EQ＝ER (＝5)，∠EHP＝∠EHQ＝∠EHR＝90°，EHは共通

△EHP ≡ △EHQ ≡ △EHR ⇐ 点Hは△PQRの外心

よって $\boxed{PH＝QH＝RH}$ ⑥ナ ⇐ △PQRの外接円の中心



△PQRに正弦定理を用いて

$\dfrac{5}{\sin\angle QPR} = 2PH$

$\therefore\ PH = \dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{6}{\sqrt{11}} = \dfrac{15}{\sqrt{11}}$ (∵①)

△EHPに三平方の定理を用いて

$EH = \sqrt{EP^2-PH^2} = \sqrt{5^2-\left(\dfrac{15}{\sqrt{11}}\right)^2} = \sqrt{5^2\left(1-\dfrac{3^2}{11}\right)}$

$= 5\cdot\sqrt{\dfrac{2}{11}}$

$TH = ET + EH = 5 + 5\sqrt{\dfrac{2}{11}}$

$= 5\left(1+\sqrt{\dfrac{2}{11}}\right)$

三角錐TPQRの体積は

$\dfrac{1}{3}\cdot\triangle PQR\cdot TH = \dfrac{1}{3}\cdot6\sqrt{11}\cdot5\left(1+\sqrt{\dfrac{2}{11}}\right)$

$= \boxed{10\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}$ ニヌ ネ ノ