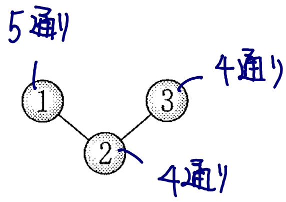
第3問　（選択問題）（配点　20）

番号によって区別された複数の球が，何本かのひもでつながれている。ただし，各ひもはその両端で二つの球をつなぐものとする。次の**条件**を満たす球の塗り分け方(以下，球の塗り方)を考える。

条件

- それぞれの球を，用意した5色(赤，青，黄，緑，紫)のうちのいずれか1色で塗る。
- 1本のひもでつながれた二つの球は異なる色になるようにする。
- 同じ色を何回使ってもよく，また使わない色があってもよい。

例えば図Aでは，三つの球が2本のひもでつながれている。この三つの球を塗るとき，球1の塗り方が5通りあり，球1を塗った後，球2の塗り方は4通りあり，さらに球3の塗り方は4通りある。したがって，球の塗り方の総数は80である。

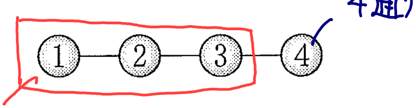


$5\times4\times4=80$ (通り)

図　A

(1)　図Bにおいて，球の塗り方は $\boxed{320}$ 通りある。

(3点)



$5\times4\times4\times4=\boxed{320}$ (通り)

アイウ

図A の塗り方と同じ

図　B

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(2) 図Cにおいて，球の塗り方は $\boxed{\text{60}}$ 通りある。

(3点)

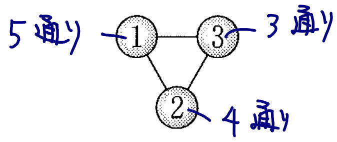


図 C

$5 \times 4 \times 3 = \boxed{60}$ (通り)

エオ

(3) 図Dにおける球の塗り方のうち，赤をちょうど2回使う塗り方は $\boxed{\text{32}}$ 通りある。

(3点)

「①と③が赤」
または
「②と④が赤」
同じ塗り方

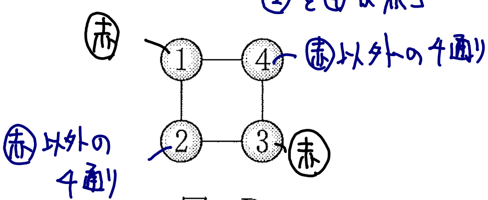


図 D

「①と③が赤」のとき
$4 \cdot 4 = 16$ (通り)

「②と④が赤」のときも同様で
16 (通り)

よって $16 + 16 = \boxed{32}$ (通り)

カキ

(4) 図Eにおける球の塗り方のうち，赤をちょうど3回使い，かつ青をちょうど2回使う塗り方は $\boxed{\text{30}}$ 通りある。

(3点)

2回以上使う色は
①に塗れない

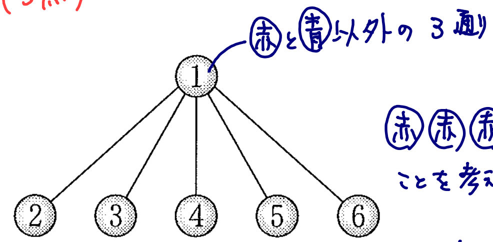


図 E

赤赤赤青青を並べて，②③④⑤⑥に対応する
ことを考えて

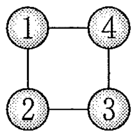
${}_5C_2 = 10$ (通り)

よって $10 \times 3 = \boxed{30}$ (通り)

クケ

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(5) 図Dにおいて，球の塗り方の総数を求める。



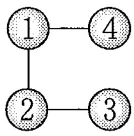
③と④は異なる色

図　D(再掲)

そのために，次の**構想**を立てる。

構想

図Dと図Fを比較する。



③と④が異なる色なら
図Dの塗り方になる

図　F

図Fでは球3と球4が同色になる球の塗り方が可能であるため，図Dよりも図Fの球の塗り方の総数の方が大きい。

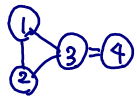
図Fにおける球の塗り方は，図Bにおける球の塗り方と同じであるため，全部で $\boxed{320}$ 通りある。そのうち球3と球4が同色になる球の塗り方の総数と一致する図として，後の⓪～④のうち，正しいものは $\boxed{②}$ である。したがって，図Dにおける球の塗り方は $\boxed{260}$ 通りある。

(3点)

(2点)

図Bの
①-②-③-④
と同じ

③と④は
同色なので

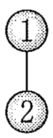


の塗り方の総数
と一致する $\boxed{②}$ コ

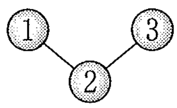
この塗り方は(2)の
図Cより 60(通り)
よって，図Dの塗り方は
図Fの塗り方から
③と④が同色になる
塗り方をひいて
320−60=$\boxed{260}$(通り)
サシス

$\boxed{コ}$ の解答群

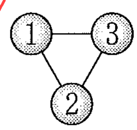
⓪



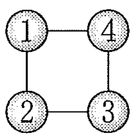
①



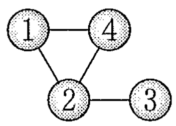
②



③



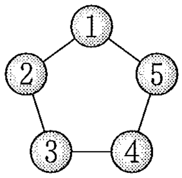
④



(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(6) 図Ｇにおいて，球の塗り方は 1020 通りある。

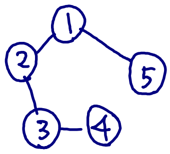
(3点)



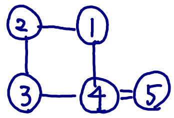
④と⑤は異なる色

図　Ｇ

(5)と同じように考えて



の塗り方から　④と⑤が同色になる塗り方をひいて



(図Dの塗り方と同じ)

$5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 - 260$

$= 1280 - 260$

$= \boxed{1020}$ (通り)

セソタチ