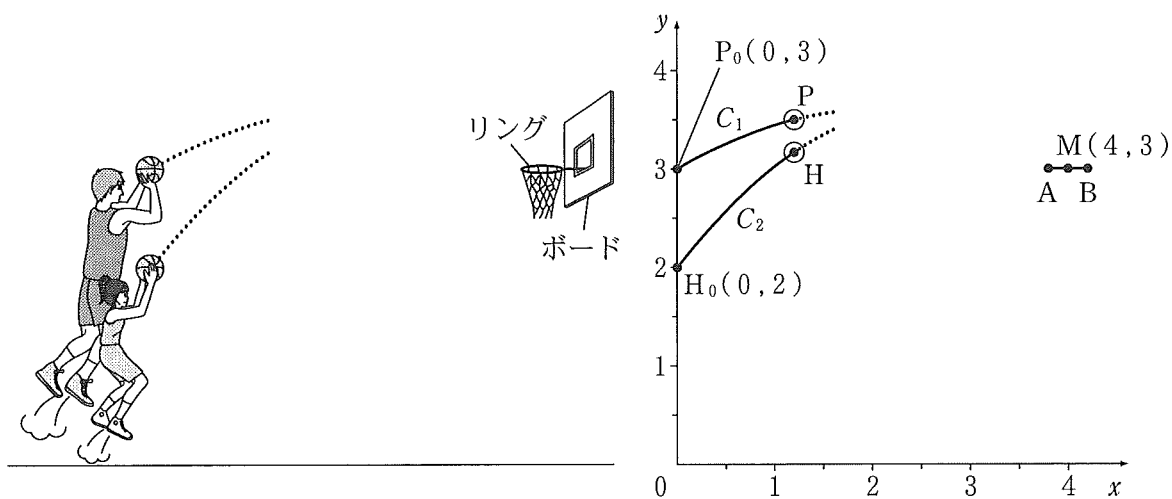


数学 I ・ 数学 A

〔2〕 太郎さんと花子さんは、バスケットボールのプロ選手の中には、リングと同じ高さでシュートを打てる人がいることを知り、シュートを打つ高さによってボールの軌道がどう変わるかについて考えている。

二人は、図 1 のように座標軸が定められた平面上に、プロ選手と花子さんがシュートを打つ様子を真横から見た図をかき、ボールがリングに入った場合について、後の仮定を設定して考えることにした。長さの単位はメートルであるが、以下では省略する。



参考図

図 1

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

仮定

- 平面上では，ボールを直径 0.2 の円とする。
- リングを真横から見たときの左端を点 A(3.8, 3), 右端を点 B(4.2, 3) とし，リングの太さは無視する。
- ボールがリングや他のものに当たらずに上からリングを通り，かつ，ボールの中心が AB の中点 M(4, 3) を通る場合を考える。ただし，ボールがリングに当たるとは，ボールの中心と A または B との距離が 0.1 以下になることとする。
- プロ選手がシュートを打つ場合のボールの中心を点 P とし，P は，はじめに点 P₀(0, 3) にあるものとする。また，P₀, M を通る，上に凸の放物線を C₁ とし，P は C₁ 上を動くものとする。
- 花子さんがシュートを打つ場合のボールの中心を点 H とし，H は，はじめに点 H₀(0, 2) にあるものとする。また，H₀, M を通る，上に凸の放物線を C₂ とし，H は C₂ 上を動くものとする。
- 放物線 C₁ や C₂ に対して，頂点の y 座標を「シュートの高さ」とし，頂点の x 座標を「ボールが最も高くなるときの地上の位置」とする。

(1) 放物線 C₁ の方程式における x² の係数を a とする。放物線 C₁ の方程式は

$$y = ax^2 - \boxed{\text{キ}} ax + \boxed{\text{ク}}$$

と表すことができる。また，プロ選手の「シュートの高さ」は

$$- \boxed{\text{ケ}} a + \boxed{\text{コ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

放物線 C_2 の方程式における x^2 の係数を p とする。放物線 C_2 の方程式は

$$y = p \left\{ x - \left(2 - \frac{1}{8p} \right) \right\}^2 - \frac{(16p - 1)^2}{64p} + 2$$

と表すことができる。

プロ選手と花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の比較の記述として、次の①～③のうち、正しいものは サ である。

サ の解答群

- ① プロ選手と花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」は、つねに一致する。
- ② プロ選手の「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が、つねに M の x 座標に近い。
- ③ 花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が、つねに M の x 座標に近い。
- ④ プロ選手の「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が M の x 座標に近いときもあれば、花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が M の x 座標に近いときもある。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 46 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 二人は、ボールがリングすれすれを通る場合のプロ選手と花子さんの「シュートの高さ」について次のように話している。

太郎：例えば、プロ選手のボールがリングに当たらないようにするには、P がリングの左端 A のどのくらい上を通れば良いのかな。

花子：A の真上の点で P が通る点 D を、線分 DM が A を中心とする半径 0.1 の円と接するようにとって考えてみたらどうかな。

太郎：なるほど。P の軌道は上に凸の放物線で山なりだから、その場合、図 2 のように、P は D を通った後で線分 DM より上側を通るのでボールはリングに当たらないね。花子さんの場合も、H がこの D を通れば、ボールはリングに当たらないね。

花子：放物線 C_1 と C_2 が D を通る場合でプロ選手と私の「シュートの高さ」を比べてみようよ。

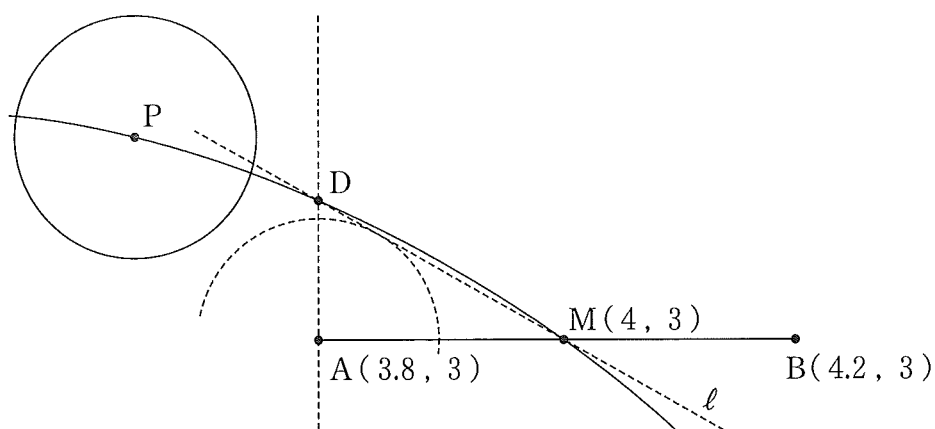


図 2

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

図 2 のように、M を通る直線 l が、A を中心とする半径 0.1 の円に直線 AB の上側で接しているとする。また、A を通り直線 AB に垂直な直線を引き、 l との交点を D とする。このとき、 $AD = \frac{\sqrt{3}}{15}$ である。

よって、放物線 C_1 が D を通るとき、 C_1 の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セソ}}} (x^2 - \boxed{\text{キ}} x) + \boxed{\text{ク}}$$

となる。

また、放物線 C_2 が D を通るとき、(1) で与えられた C_2 の方程式を用いると、花子さんの「シュートの高さ」は約 3.4 と求められる。

以上のことから、放物線 C_1 と C_2 が D を通るとき、プロ選手と花子さんの「シュートの高さ」を比べると、 $\boxed{\text{タ}}$ の「シュートの高さ」の方が大きく、その差はボール $\boxed{\text{チ}}$ である。なお、 $\sqrt{3} = 1.7320508\dots$ である。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

- | | |
|--------|--------|
| ① プロ選手 | ② 花子さん |
|--------|--------|

$\boxed{\text{チ}}$ については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ① 約 1 個分 | ② 約 2 個分 | ③ 約 3 個分 | ④ 約 4 個分 |
|----------|----------|----------|----------|