追加問題　二学期第８講 解答例

1.　A，A，B，B，C，D，E の７個の文字すべてを１列に並べる．

(1)　この並べ方は何通りあるか．

(2)　C と D が隣り合うような並べ方は，何通りあるか．

(3)　C が D よりも左にあり，かつ E が D よりも右にあるような並べ方は，何通りあるか．

〔2015　群馬大〕

〔解答例〕

(1)　並べ方は全部で $\dfrac{7!}{2!2!}=\mathbf{1260}$（通り）　← 同じものを含む順列

(2)　A，A，B，B，(C，D)，E を並べ，C，D の順も考えて　← C,Dをかたまりにして1つの文字とみなす

$$\frac{6!}{2!2!}\times 2=\mathbf{360}\text{（通り）}$$

(3)　A，A，B，B，□，□，□ を並べ，３つの □ に左から順に C，D，E を並べることを考えて

$$\frac{7!}{2!2!3!}=\mathbf{210}\text{（通り）}$$

例　B □ A □ A B □ を並べて

B C A D A B E

2.　男４人と女４人の合計８人のなかから４人が丸いテーブルのまわりの４つの席に座る．ただし，回転して同じになる座り方は同じとみなす．

(1)　男４人が丸いテーブルのまわりに座る座り方は ☐ 通りである．

(2)　男３人と女１人が丸いテーブルのまわりに座る座り方は ☐ 通りである．

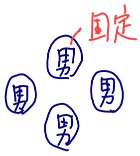
(3)　男２人と女２人が男女交互になるように丸いテーブルのまわりに座る座り方は ☐ 通りである．

〔解答例〕

(1)　男４人が丸いテーブルのまわりに座る座り方は

男１人を固定して残り３人の順列を考えて

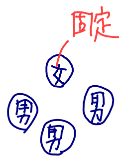
$$(4-1)!=3!=\boxed{6}\text{（通り）}$$



(2)　男３人と女１人が丸いテーブルのまわりに座る座り方は

男４人から３人，女４人から１人を選び，女１人を固定して男３人の順列を考えて

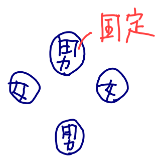
$${}_4C_3\cdot{}_4C_1\times(4-1)!=4\cdot4\cdot6=\boxed{96}\text{（通り）}$$



(3)　男２人と女２人が男女交互になるように丸いテーブルのまわりに座る座り方は

男４人から２人，女４人から２人を選び，男２人を円形に並べ，その２つの間に女２人を並べることを考えて

$${}_4C_2\cdot{}_4C_2\times(2-1)!\cdot2!=6\cdot6\cdot1\cdot2=\boxed{72}\text{（通り）}$$



3.　各位の数字が相異なる 5 桁の正の整数のうち 56789 より大きい 5 の倍数は何個あるか求めよ．

〔2017　釧路公立大 中期〕

〔解答例〕

万，千，百，十，一の位をそれぞれ a，b，c，d，e とする．
大きい位から 56789 より大きくなる 5 の倍数を考える．

万	千	百	十	一
a	b	c	d	e

>56789

0か5

あ　$a=9,8,7,6$ のとき

a は 4 通り，e は 0，5 の 2 通り，a，e 以外の異なる 3 つの数字を b，c，d として

$8\cdot 7\cdot 6=336$（通り）

これより　$4\times 2\times 336=2688$（個）

a b c d e
4 8 7 6 2
通り 〃 〃 〃 〃

い　$a=5$ のとき

e は 0 となる．　← 一の位は 0か5

万	千	百	十	一
5	b	c	d	0

ア　$b=9,8,7$ ならば

b は 3 通り，5，0，b 以外の異なる 2 つの数字を c，d として $7\cdot 6=42$（通り）

これより　$3\times 42=126$（個）

ア　5 b c d 0
3 7 6
通り 〃 〃

イ　$b=6$ ならば

$c=9,8$ の場合は d は 5，0，6，c 以外の 6（通り）

$c=7$ の場合は $d=9$

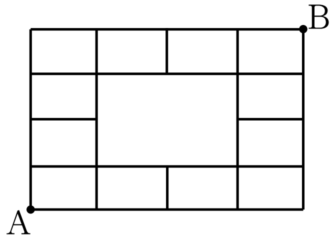
これより　$2\times 6+1=13$（個）

イ　5 6 c d 0　9,8　2通り　6通り

5 6 7 9 0　1通り

よって，求める個数は　$2688+126+13=\mathbf{2827}$（個）

4.　右図のような道に沿って A 地点から B 地点まで進むとき，最短経路は何通りあるかを求めると $\boxed{}$ 通り．

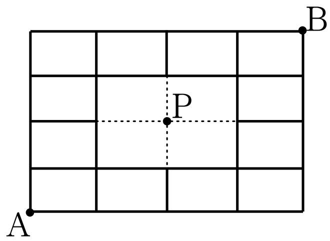


〔2015　小樽商科大〕

〔解答例〕

右図のように点 P を設定する．

最短経路を → で表すことにする．



A → B は ${}_8C_4=70$（通り）……①

そのうち，点 P を通るものは　A → P → B なので

$${}_4C_2\times{}_4C_2=6\times 6=36\text{（通り）}\cdots\cdots②$$

よって，求める最短経路は点 P を通らないものなので，① − ② として　← 全体から P を通るものをひいた

$70-36=\boxed{\mathbf{34}}$（通り）