

追加問題 二学期第6講

1. 次の漸化式をみたす数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

(1) $a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(2) $a_1 = 8, a_{n+1} = 3a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

2. 初項 1, 公差 4 の等差数列を下のように第 1 群に 1 個, 第 2 群に 2 個, 第 3 群に 3 個, \dots , 第 n 群に n 個, \dots となるように群に分けていく. このとき, 次の問いに答えよ.

$$1 | 5, 9 | 13, 17, 21 | 25, 29, 33, 37 | 41, 45, 49, 53, 57 | 61, \dots$$

(1) 第 n 群の最初の項を n を用いて表せ.

(2) 第 n 群に含まれる項の総和を求めよ.

(3) 2013 は第何群の何番目にあるか.

3. 1 以上の整数 m に対して, 直線 $y = mx$ と放物線 $y = x^2$ で囲まれた領域を D_m とする. ただし, D_m は境界を含む. また, 領域 D_m に含まれる格子点の個数を d_m とおく. ここで, 格子点とは x 座標と y 座標が共に整数になる点のことである.

(1) $0 \leq k \leq m$ である整数 k に対して, 直線 $x = k$ 上の格子点で領域 D_m に含まれるものの個数を m と k の式で表せ.

(2) d_m を m の式で表せ.