

次の問いに答えよ.

- (1)  $1 < m \leq n$  を満たす自然数  $m, n$  に対し, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$\int_m^{n+1} \frac{dx}{x} < \sum_{k=m}^n \frac{1}{k} < \int_m^{n+1} \frac{dx}{x-1}$$

- (2)  $\sum_{k=1}^{2020} \frac{1}{k}$  の整数部分を求めよ. ただし, 実数  $x$  に対して  $a$  が  $x$  の整数部分であるとは,  $a$  が整数であって  $a \leq x < a+1$  が成り立つことをいう. また, 正の実数  $x$  の自然対数を  $\log x$  とし,  $\log 2 = 0.69$ ,  $\log 3 = 1.10$ ,  $\log 2020 = 7.61$  とする.