追加問題　二学期第３講

1.　次の方程式，不等式を解け．

(1)　$(4\sqrt{2})^x = \dfrac{1}{32}$

(2)　$2^x - 16 \cdot 2^{-x} - 15 = 0$

(3)　$\left(\dfrac{1}{9}\right)^x - \dfrac{1}{3^x} - 6 > 0$

2.　次の方程式を解け．

$$\log_4(4x-7) + \log_2 x = 1 + 3\log_4(x-1)$$

3.　次の不等式を解け．

(1)　$\log_3(x+2) + \log_3(x-2) < 2$

(2)　$(\log_3 3x)(\log_3 9x) < 2$

4.　a，b を正の実数とする．連立方程式

$$(*)\quad \begin{cases} x\sqrt{y^3} = a \\ \sqrt[3]{x}\, y = b \end{cases}$$

を満たす正の実数 x，y について考えよう．

(1)　連立方程式 $(*)$ を満たす正の実数 x，y は

$$x = a^{\boxed{\text{ス}}} b^{\boxed{\text{セソ}}},\quad y = a^p b^{\boxed{\text{タ}}}$$

となる．ただし

$$p = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である．

(2)　$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ とする．a が $a > 0$ の範囲を動くとき，連立方程式 $(*)$ を満たす正の実数 x，y について，$x + y$ の最小値を求めよう．

$b = 2\sqrt[3]{a^4}$ であるから，$(*)$ を満たす正の実数 x，y は，a を用いて

$$x = 2^{\boxed{\text{セソ}}} a^{\boxed{\text{トナ}}},\qquad y = 2^{\boxed{\text{タ}}} a^{\boxed{\text{ニ}}}$$

と表される．したがって，相加相乗平均の関係を利用すると，$x + y$ は $a = 2^q$ のとき最小値 $\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとることがわかる．ただし

$$q = \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である．

スタンダードⅠ・A・Ⅱ・B の追加問題の解答例は次の QR コードにあります.