

三角形  $ABC$  があり,  $AB = 2$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ ,  $\angle CAB > \frac{\pi}{4}$  とする. 点  $A$  から辺  $BC$  に下ろした垂線の足を  $H$  とし,  $\angle CAH = \alpha$  とする. 辺  $AB$  の中点を  $M$  とする. 線分  $AM$  上に  $A$  と異なる点  $X$  をとる. 3 点  $A, X, H$  を通る円の中心を  $P$ , 半径を  $r$ ,  $\angle PAH = \theta$  とする. この円と直線  $AC$  との交点で,  $A$  と異なる点を  $Y$  とする. 次の問に答えよ.

- (1)  $\cos \theta$  を  $r$  を用いて表せ.
- (2)  $AX + AY$  を  $r$  と  $\alpha$  を用いて表せ.
- (3)  $X$  のとり方によらず,  $AX + AY$  が常に一定の値になるときの  $\alpha$  の値を求めよ.

[2003 神大 理系 前期]