

次の問いに答えよ.

(1) 実数の定数  $p$  に対して, 3 次方程式  $x^3 + x - p = 0$  の実数解の個数は 1 個であることを示せ.

(2)  $p, q$  は定数で  $p \geq 2, q \geq 2$  とする。2 つの 3 次方程式

$$x^3 + x - p = 0, \quad x^3 + x - q = 0$$

の実数解をそれぞれ  $\alpha, \beta$  とするとき,

$$|\alpha - \beta| \leq \frac{1}{4} |p - q|$$

が成立することを示せ.

[2002 阪大 文系 前期]