

次の問いに答えよ.

(1) 実数の定数 p に対して, 3 次方程式 $x^3 + x - p = 0$ の実数解の個数は 1 個であることを示せ.

(2) p, q は定数で $p \geq 2, q \geq 2$ とする. 2 つの 3 次方程式

$$x^3 + x - p = 0, \quad x^3 + x - q = 0$$

の実数解をそれぞれ α, β とするとき,

$$|\alpha - \beta| \leq \frac{1}{4} |p - q|$$

が成立することを示せ.

[2002 阪大 文系 前期]