第1講の授業で扱わなかった問題の解答例を載せておきます．

〔1〕(A)

(1)　4桁の自然数 58□6 が3の倍数となるのは，各位の和が3の倍数なので

$$5+8+\square+6=\square+19$$

が3の倍数であることから　$\square=\mathbf{2,\ 5,\ 8}$

また，4桁の自然数 58□6 が4の倍数となるのは，下2桁が4の倍数なので

$$\square 6$$

が4の倍数であることから　$\square=\mathbf{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9}$

(2)　3024 を素因数分解すると　$3024=\mathbf{2^4\cdot 3^3\cdot 7}$

$\sqrt{\dfrac{3024}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^4\cdot 3^3\cdot 7}{n}}$　が自然数になるのは，$\sqrt{\quad}$ の中が整数の平方 (2乗) の形になることから

$$n=3\cdot 7,\ 3^3\cdot 7,\ 2^2\cdot 3\cdot 7,\ 2^2\cdot 3^3\cdot 7,\ 2^4\cdot 3\cdot 7,\ 2^4\cdot 3^3\cdot 7$$

$$=\mathbf{21,\ 189,\ 84,\ 756,\ 336,\ 3024}$$

〔2〕(A)

(1)　$108=2^2\cdot 3^2$

$360=2^3\cdot 3^2\cdot 5$

$900=2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$

108, 360, 900 の最大公約数は　$2^2\cdot 3^2=\mathbf{36}$

108, 360, 900 の最小公倍数は　$2^3\cdot 3^3\cdot 5^2=\mathbf{5400}$

(2)　223 は素数である．

よって，498, 223 の最大公約数は $\mathbf{1}$

498, 223 の最小公倍数は $498\cdot 223=\mathbf{111504}$

別 (ユークリッドの互除法)

$$498=223\cdot 2+52$$

$$223=52\cdot 4+15$$

$$52=15\cdot 3\cdot 7$$

$$15=7\cdot 2+1$$

2つの整数 $a,\ b$ の最大公約数を $g(a,\ b)$ と表すことにすると，ユークリッドの互除法を用いて

$$g(498,\ 223)=g(223,\ 52)=g(52,\ 15)=g(15,\ 7)=g(7,\ 1)=\mathbf{1}$$

〔3〕(A)

a，b は 8 で割ると余りがそれぞれ 5，6 となる整数であることから，整数 k，m を用いて

$$a = 8k + 5$$
$$b = 8m + 6$$

と表せる．

(1) $a + b = 8k + 5 + 8m + 6 = 8(k + m + 1) + 3$

$k + m + 1$ は整数なので，$a + b$ を 8 で割ったときの余りは **3**

(2) $ab = (8k + 5)(8m + 6) = 64km + 48k + 40m + 30$

$= 8(8km + 6k + 5m + 3) + 6$

$8km + 6k + 5m + 3$ は整数なので，ab を 8 で割ったときの余りは **6**

(3) $5a + 7b = 5(8k + 5) + 7(8m + 6) = 40k + 56m + 67$

$= 8(5k + 7m + 8) + 3$

$5k + 7m + 8$ は整数なので，$5a + 7b$ を 8 で割ったときの余りは **3**

(4) $a^2 + b^2 = (8k + 5)^2 + (8m + 6)^2 = 64k^2 + 80k + 64m^2 + 96m + 61$

$= 8(8k^2 + 10k + 8m^2 + 12m + 7) + 5$

$8k^2 + 10k + 8m^2 + 12m + 7$ は整数なので，$a^2 + b^2$ を 8 で割ったときの余りは **5**