追加問題「ベクトル③」

1．　四面体 OABC において，点 P を辺 AB の中点，点 Q を線分 PC の中点，点 R を線分 OQ の中点とする．このとき，直線 AR が 3 点 O，B，C を通る平面と交わる点を S とし，直線 OS と直線 BC の交点を T とする．また，線分 AS の中点を M とし，直線 OM が 3 点 A，B，C を通る平面と交わる点を U とする．

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$$

とするとき，次の問に答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(4)　$\overrightarrow{\mathrm{OU}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

2．　O を原点とする空間において，点 A$(4, 0, -2)$ を通り，ベクトル $\vec{a} = (1, 2, 1)$ に平行な直線を l，点 B$(5, -5, -1)$ を通り，ベクトル $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ に平行な直線を m とする．点 P は l 上に，点 Q は m 上にあり，しかもベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ は l と m の両方に垂直になっているものとする．このとき，次の問に答えよ．

(1)　点 P，Q の座標を求めよ．

(2)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を求めよ．

(3)　$\triangle$OPQ の面積を求めよ．