

追加問題「ベクトル①」

1. $OA = 5$, $OB = 10$ の $\triangle OAB$ がある. また, 点 A を出発し, 辺 OA 上を 1 秒あたり 1 進む点を P とし, 点 O を出発し, 辺 OB を 1 秒あたり 2 進む点を Q とする. P および Q が同時に出発してから t 秒後の P , Q を考える. ただし, $0 < t < 5$ である.

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) \vec{OP} , \vec{OQ} を, それぞれ \vec{a} , \vec{b} および t を用いて表せ.

(2) 線分 AQ と線分 BP の交点を R とする. \vec{OR} は

$$\vec{OR} = (1-p)\vec{OB} + p\vec{OP} = (1-q)\vec{OA} + q\vec{OQ}$$

と表される. ただし, $0 < p < 1$, $0 < q < 1$ である. このとき, p , q を t を用いて表し, \vec{OR} を \vec{a} , \vec{b} および t を用いて表せ.

(3) 線分 OR の延長が辺 AB と交わる点を S とする. 点 S が辺 AB を $3:2$ に内分するときの t の値を求めよ.

2. $\triangle ABC$ の内部に点 P があり $\vec{AP} + 4\vec{BP} + \vec{CP} = \vec{0}$ を満たしているとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) \vec{AP} を \vec{AB} , \vec{AC} を用いて表せ.

(2) 直線 AP と線分 BC の交点を D とするとき, 線分比 $AP:PD$, $BD:DC$ をそれぞれ求めよ.

(3) 面積比 $\triangle PAB:\triangle PBC:\triangle PCA$ を求めよ.