

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

[1] 実数 x についての不等式

$$|x + 6| \leq 2$$

の解は

$$\boxed{\text{アイ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

よって、実数 a, b, c, d が

$$|(1 - \sqrt{3})(a - b)(c - d) + 6| \leq 2$$

を満たしているとき、 $1 - \sqrt{3}$ は負であることに注意すると、 $(a - b)(c - d)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}\sqrt{3} \leq (a - b)(c - d) \leq \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{3}$$

であることがわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

特に

$$(a - b)(c - d) = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{3} \dots\dots\dots ①$$

であるとき, さらに

$$(a - c)(b - d) = -3 + \sqrt{3} \dots\dots\dots ②$$

が成り立つならば

$$(a - d)(c - b) = \boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}}\sqrt{3} \dots\dots\dots ③$$

であることが, 等式①, ②, ③の左辺を展開して比較することによりわかる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

{ 2 }

(1) 点 O を中心とし、半径が 5 である円 O がある。この円周上に 2 点 A, B を $AB = 6$ となるようにとる。また、円 O の円周上に、2 点 A, B とは異なる点 C をとる。

(i) $\sin \angle ACB =$ である。また、点 C を $\angle ACB$ が鈍角となるようにとるとき、 $\cos \angle ACB =$ である。

(ii) 点 C を $\triangle ABC$ の面積が最大となるようにとる。点 C から直線 AB に垂直な直線を引き、直線 AB との交点を D とするとき、

$\tan \angle OAD =$ である。また、 $\triangle ABC$ の面積は である。

~ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

①	$\frac{3}{5}$	②	$\frac{3}{4}$	③	$\frac{4}{5}$	④	1	⑤	$\frac{4}{3}$
⑥	$-\frac{3}{5}$	⑦	$-\frac{3}{4}$	⑧	$-\frac{4}{5}$	⑨	-1	⑩	$-\frac{4}{3}$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 34 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 半径が 5 である球 S がある。この球面上に 3 点 P, Q, R をとったとき、これらの 3 点を通る平面 α 上で $PQ = 8$, $QR = 5$, $RP = 9$ であったとする。

球 S の球面上に点 T を三角錐 TPQR の体積が最大となるようにとるとき、その体積を求めよう。

まず、 $\cos \angle QPR = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であることから、 $\triangle PQR$ の面積は

$\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テト}}}$ である。

次に、点 T から平面 α に垂直な直線を引き、平面 α との交点を H とする。このとき、PH, QH, RH の長さについて、 $\boxed{\text{ナ}}$ が成り立つ。

以上より、三角錐 TPQR の体積は $\boxed{\text{ニヌ}} \left(\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} \right)$ である。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

- | | |
|----------------|----------------|
| ① PH < QH < RH | ① PH < RH < QH |
| ② QH < PH < RH | ③ QH < RH < PH |
| ④ RH < PH < QH | ⑤ RH < QH < PH |
| ⑥ PH = QH = RH | |

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 太郎さんは、総務省が公表している 2020 年の家計調査の結果を用いて、地域による食文化の違いについて考えている。家計調査における調査地点は、都道府県庁所在市および政令指定都市(都道府県庁所在市を除く)であり、合計 52 市である。家計調査の結果の中でも、スーパーマーケットなどで販売されている調理食品の「二人以上の世帯の 1 世帯当たり年間支出金額(以下、支出金額、単位は円)」を分析することにした。以下においては、52 市の調理食品の支出金額をデータとして用いる。

太郎さんは調理食品として、最初にうなぎのかば焼き(以下、かば焼き)に着目し、図 1 のように 52 市におけるかば焼きの支出金額のヒストグラムを作成した。ただし、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

なお、以下の図や表については、総務省の Web ページをもとに作成している。

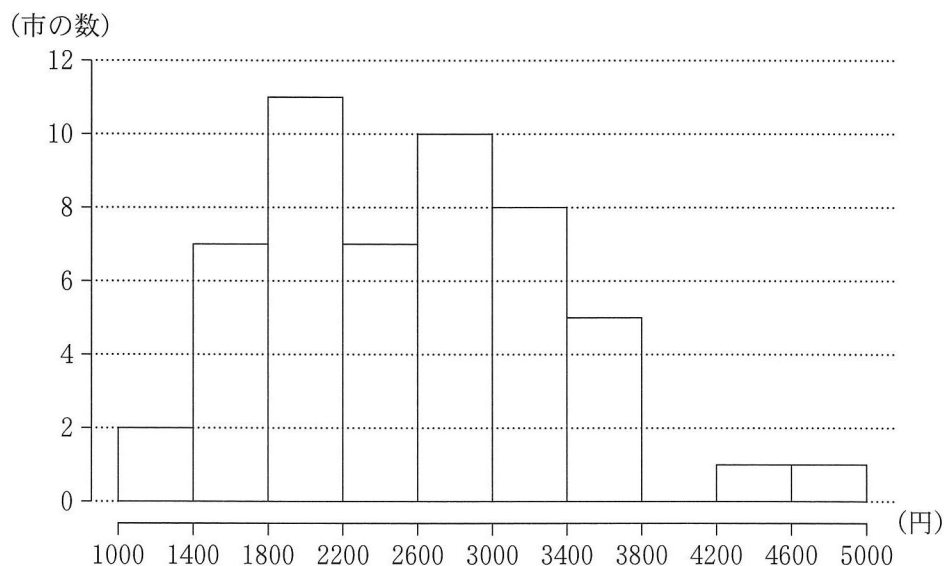


図 1 かば焼きの支出金額のヒストグラム

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(1) 図 1 から次のことが読み取れる。

- 第 1 四分位数が含まれる階級は である。
- 第 3 四分位数が含まれる階級は である。
- 四分位範囲は 。

,

の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-------------------|-------------------|
| ① 1000 以上 1400 未満 | ① 1400 以上 1800 未満 |
| ② 1800 以上 2200 未満 | ② 2200 以上 2600 未満 |
| ③ 2600 以上 3000 未満 | ③ 3000 以上 3400 未満 |
| ④ 3400 以上 3800 未満 | ④ 3800 以上 4200 未満 |
| ⑤ 4200 以上 4600 未満 | ⑤ 4600 以上 5000 未満 |

の解答群

- | |
|-------------------------|
| ① 800 より小さい |
| ② 800 より大きく 1600 より小さい |
| ③ 1600 より大きく 2400 より小さい |
| ④ 2400 より大きく 3200 より小さい |
| ⑤ 3200 より大きく 4000 より小さい |
| ⑥ 4000 より大きい |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 太郎さんは、東西での地域による食文化の違いを調べるために、52 市を東側の地域 E (19 市) と西側の地域 W (33 市) の二つに分けて考えることにした。

(i) 地域 E と地域 W について、かば焼きの支出金額の箱ひげ図を、図 2、図 3 のようにそれぞれ作成した。

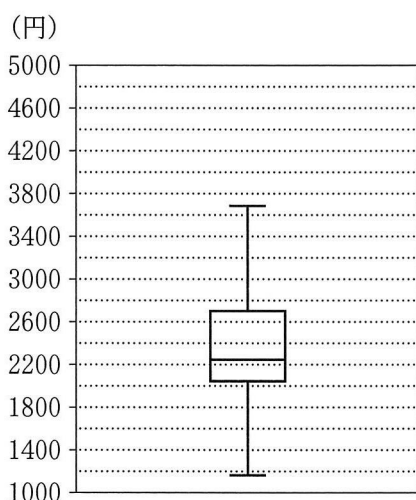


図 2 地域 E におけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

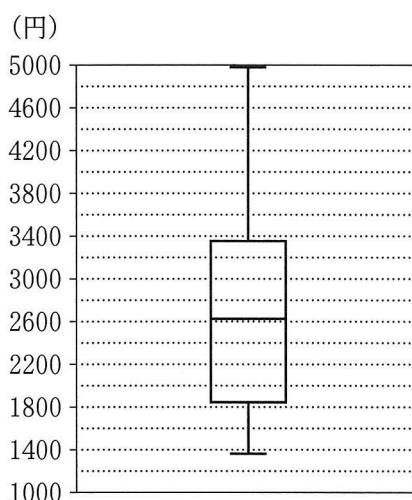


図 3 地域 W におけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

かば焼きの支出金額について、図 2 と図 3 から読み取れることとして、次の①～③のうち、正しいものは である。

の解答群

- ① 地域 E において、小さい方から 5 番目は 2000 以下である。
- ② 地域 E と地域 W の範囲は等しい。
- ③ 中央値は、地域 E より地域 W の方が大きい。
- ④ 2600 未満の市の割合は、地域 E より地域 W の方が大きい。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (ii) 太郎さんは、地域 E と地域 W のデータの散らばりの度合いを数値でとらえようと思い、それぞれの分散を考えることにした。地域 E におけるかば焼きの支出金額の分散は、地域 E のそれぞれの市におけるかば焼きの支出金額の偏差の オ である。

オ の解答群

- ① 2 乗を合計した値
- ② 絶対値を合計した値
- ③ 2 乗を合計して地域 E の市の数で割った値
- ④ 絶対値を合計して地域 E の市の数で割った値
- ⑤ 2 乗を合計して地域 E の市の数で割った値の平方根のうち正のもの
- ⑥ 絶対値を合計して地域 E の市の数で割った値の平方根のうち正のもの

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 太郎さんは、(2)で考えた地域 E における、やきとりの支出金額についても調べることにした。

ここでは地域 E において、やきとりの支出金額が増加すれば、かば焼きの支出金額も増加する傾向があるのではないかと考え、まず図 4 のように、地域 E における、やきとりとかば焼きの支出金額の散布図を作成した。そして、相関係数を計算するために、表 1 のように平均値、分散、標準偏差および共分散を算出した。ただし、共分散は地域 E のそれぞれの市における、やきとりの支出金額の偏差とかば焼きの支出金額の偏差との積の平均値である。

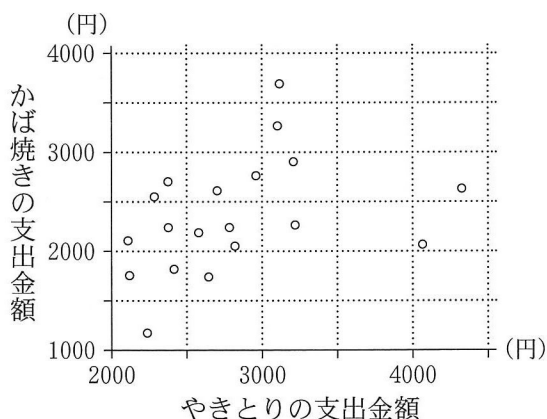


図 4 地域 E における、やきとりとかば焼きの支出金額の散布図

表 1 地域 E における、やきとりとかば焼きの支出金額の平均値、分散、標準偏差および共分散

	平均値	分散	標準偏差	共分散
やきとりの支出金額	2810	348100	590	124000
かば焼きの支出金額	2350	324900	570	

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

表 1 を用いると，地域 E における，やきとりの支出金額とかば焼きの支出金額の相関係数は である。

については，最も適当なものを，次の ①～⑩のうちから一つ選べ。

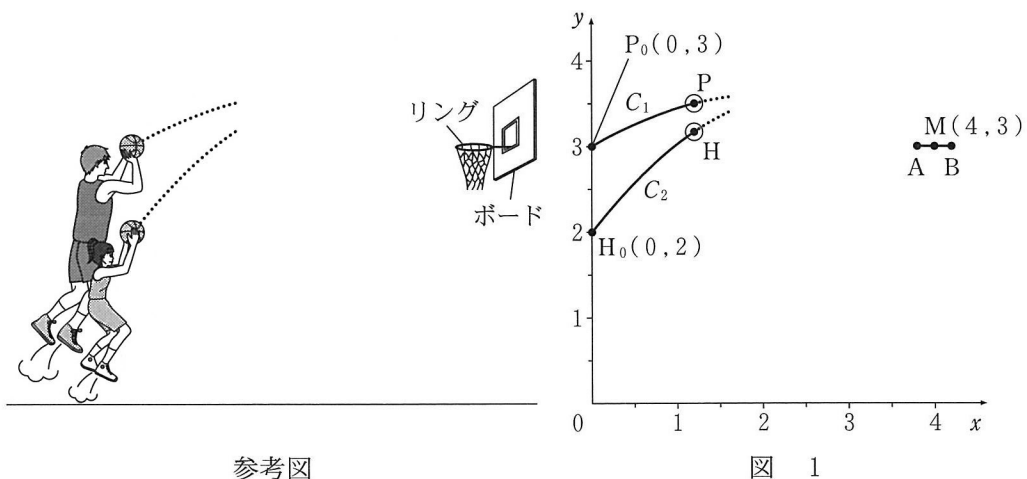
①	- 0.62	②	- 0.50	③	- 0.37	④	- 0.19
⑤	- 0.02	⑥	0.02	⑦	0.19	⑧	0.37
⑨	0.50	⑩	0.62				

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 太郎さんと花子さんは、バスケットボールのプロ選手の中には、リングと同じ高さでシュートを打てる人がいることを知り、シュートを打つ高さによってボールの軌道がどう変わるかについて考えている。

二人は、図 1 のように座標軸が定められた平面上に、プロ選手と花子さんがシュートを打つ様子を真横から見た図をかき、ボールがリングに入った場合について、後の仮定を設定して考えることにした。長さの単位はメートルであるが、以下では省略する。



(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

仮定

- 平面上では、ボールを直径 0.2 の円とする。
- リングを真横から見たときの左端を点 A(3.8, 3), 右端を点 B(4.2, 3) とし, リングの太さは無視する。
- ボールがリングや他のものに当たらずに上からリングを通り, かつ, ボールの中心が AB の中点 M(4, 3) を通る場合を考える。ただし, ボールがリングに当たるとは, ボールの中心と A または B との距離が 0.1 以下になることとする。
- プロ選手がシュートを打つ場合のボールの中心を点 P とし, P は, はじめに点 P₀(0, 3) にあるものとする。また, P₀, M を通る, 上に凸の放物線を C₁ とし, P は C₁ 上を動くものとする。
- 花子さんがシュートを打つ場合のボールの中心を点 H とし, H は, はじめに点 H₀(0, 2) にあるものとする。また, H₀, M を通る, 上に凸の放物線を C₂ とし, H は C₂ 上を動くものとする。
- 放物線 C₁ や C₂ に対して, 頂点の y 座標を「シュートの高さ」とし, 頂点の x 座標を「ボールが最も高くなるときの地上の位置」とする。

(1) 放物線 C₁ の方程式における x² の係数を a とする。放物線 C₁ の方程式は

$$y = ax^2 - \boxed{\text{キ}} ax + \boxed{\text{ク}}$$

と表すことができる。また, プロ選手の「シュートの高さ」は

$$- \boxed{\text{ケ}} a + \boxed{\text{コ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

放物線 C_2 の方程式における x^2 の係数を p とする。放物線 C_2 の方程式は

$$y = p \left\{ x - \left(2 - \frac{1}{8p} \right) \right\}^2 - \frac{(16p - 1)^2}{64p} + 2$$

と表すことができる。

プロ選手と花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の比較の記述として、次の①～③のうち、正しいものは サ である。

サ の解答群

- ① プロ選手と花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」は、つねに一致する。
- ② プロ選手の「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が、つねに M の x 座標に近い。
- ③ 花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が、つねに M の x 座標に近い。
- ④ プロ選手の「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が M の x 座標に近いときもあれば、花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が M の x 座標に近いときもある。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 46 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 二人は、ボールがリングすれすれを通る場合のプロ選手と花子さんの「シュートの高さ」について次のように話している。

太郎：例えば、プロ選手のボールがリングに当たらないようにするには、P がリングの左端 A のどのくらい上を通れば良いのかな。

花子：A の真上の点で P が通る点 D を、線分 DM が A を中心とする半径 0.1 の円と接するようにとって考えてみたらどうかな。

太郎：なるほど。P の軌道は上に凸の放物線で山なりだから、その場合、図 2 のように、P は D を通った後で線分 DM より上側を通るのでボールはリングに当たらないね。花子さんの場合も、H がこの D を通れば、ボールはリングに当たらないね。

花子：放物線 C_1 と C_2 が D を通る場合でプロ選手と私の「シュートの高さ」を比べてみようよ。

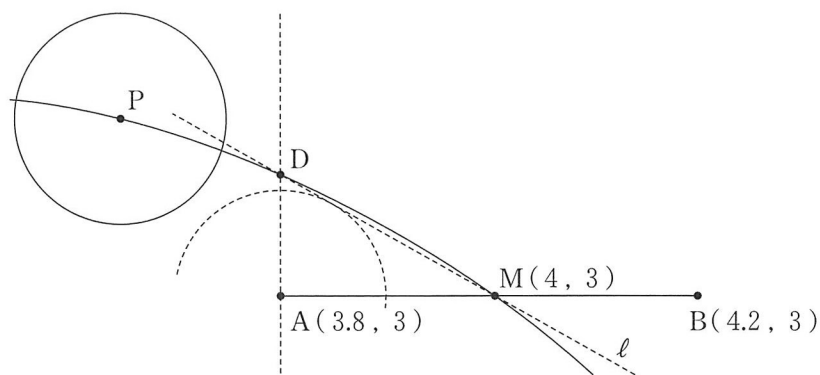


図 2

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

図 2 のように、M を通る直線 l が、A を中心とする半径 0.1 の円に直線 AB の上側で接しているとする。また、A を通り直線 AB に垂直な直線を引き、 l との交点を D とする。このとき、 $AD = \frac{\sqrt{3}}{15}$ である。

よって、放物線 C_1 が D を通るとき、 C_1 の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セソ}}}(x^2 - \boxed{\text{キ}}x) + \boxed{\text{ク}}$$

となる。

また、放物線 C_2 が D を通るとき、(1) で与えられた C_2 の方程式を用いると、花子さんの「シュートの高さ」は約 3.4 と求められる。

以上のことから、放物線 C_1 と C_2 が D を通るとき、プロ選手と花子さんの「シュートの高さ」を比べると、 $\boxed{\text{タ}}$ の「シュートの高さ」の方が大きく、その差はボール $\boxed{\text{チ}}$ である。なお、 $\sqrt{3} = 1.7320508\cdots$ である。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

- | | |
|--------|--------|
| ① プロ選手 | ② 花子さん |
|--------|--------|

$\boxed{\text{チ}}$ については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ① 約 1 個分 | ② 約 2 個分 | ③ 約 3 個分 | ④ 約 4 個分 |
|----------|----------|----------|----------|

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

番号によって区別された複数の球が、何本かのひもでつながれている。ただし、各ひもはその両端で二つの球をつなぐものとする。次の条件を満たす球の塗り分け方(以下、球の塗り方)を考える。

条件

- それぞれの球を、用意した 5 色(赤, 青, 黄, 緑, 紫)のうちのいずれか 1 色で塗る。
- 1 本のひもでつながれた二つの球は異なる色になるようにする。
- 同じ色を何回使ってもよく、また使わない色があってもよい。

例えば図 A では、三つの球が 2 本のひもでつながれている。この三つの球を塗るとき、球 1 の塗り方が 5 通りあり、球 1 を塗った後、球 2 の塗り方は 4 通りあり、さらに球 3 の塗り方は 4 通りある。したがって、球の塗り方の総数は 80 である。

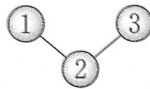


図 A

(1) 図 B において、球の塗り方は アイウ 通りある。

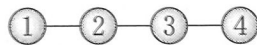


図 B

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 図 C において、球の塗り方は **エオ** 通りある。

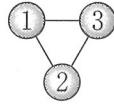


図 C

(3) 図 D における球の塗り方のうち、赤をちょうど 2 回使う塗り方は **カキ** 通りある。

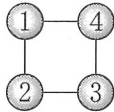


図 D

(4) 図 E における球の塗り方のうち、赤をちょうど 3 回使い、かつ青をちょうど 2 回使う塗り方は **クケ** 通りある。

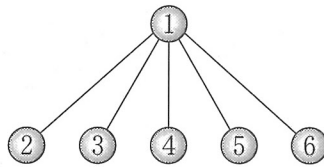


図 E

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(5) 図 D において、球の塗り方の総数を求める。

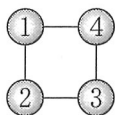


図 D(再掲)

そのために、次の構想を立てる。

構想

図 D と図 F を比較する。

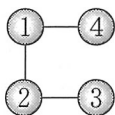
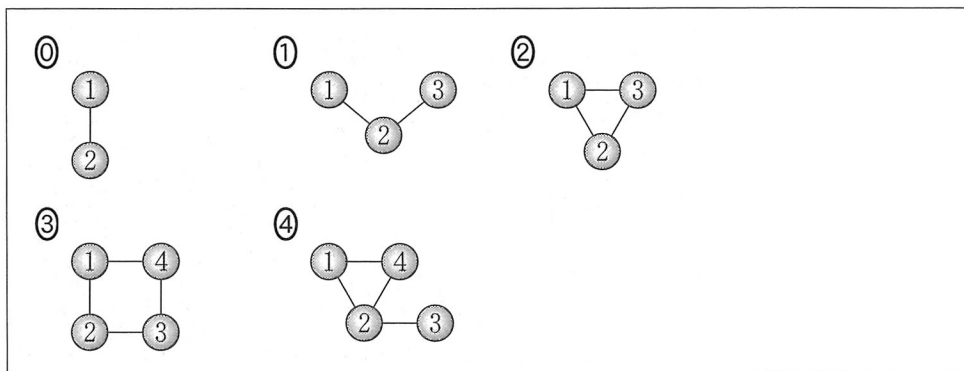


図 F

図 F では球 3 と球 4 が同色になる球の塗り方が可能であるため、図 D よりも図 F の球の塗り方の総数の方が大きい。

図 F における球の塗り方は、図 B における球の塗り方と同じであるため、全部で 通りある。そのうち球 3 と球 4 が同色になる球の塗り方の総数と一致する図として、後の①～④のうち、正しいものは である。したがって、図 D における球の塗り方は 通りある。

の解答群



(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

(6) 図 G において，球の塗り方は セソタチ 通りある。

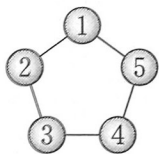


図 G

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

色のついた長方形を並べて正方形や長方形を作ることを考える。色のついた長方形は、向きを変えずにすき間なく並べることとし、色のついた長方形は十分あるものとする。

- (1) 横の長さが 462 で縦の長さが 110 である赤い長方形を、図 1 のように並べて正方形や長方形を作ることを考える。

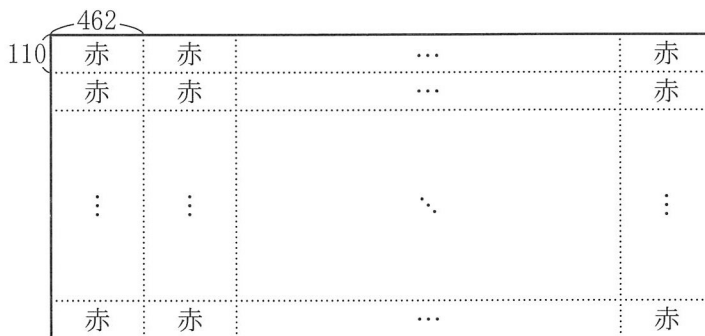


図 1

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

462 と 110 の両方を割り切る素数のうち最大のものは **アイ** である。

赤い長方形を並べて作ることができる正方形のうち、辺の長さが最小であるものは、一辺の長さが **ウエオカ** のものである。

また、赤い長方形を並べて正方形ではない長方形を作るとき、横の長さとの縦の長さの差の絶対値が最小になるのは、462 の約数と 110 の約数を考えると、差の絶対値が **キク** になるときであることがわかる。

縦の長さが横の長さより **キク** 長い長方形のうち、横の長さが最小であるものは、横の長さが **ケコサシ** のものである。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (2) 花子さんと太郎さんは、(1) で用いた赤い長方形を 1 枚以上並べて長方形を作り、その右側に横の長さが 363 で縦の長さが 154 である青い長方形を 1 枚以上並べて、図 2 のような正方形や長方形を作ることを考えている。

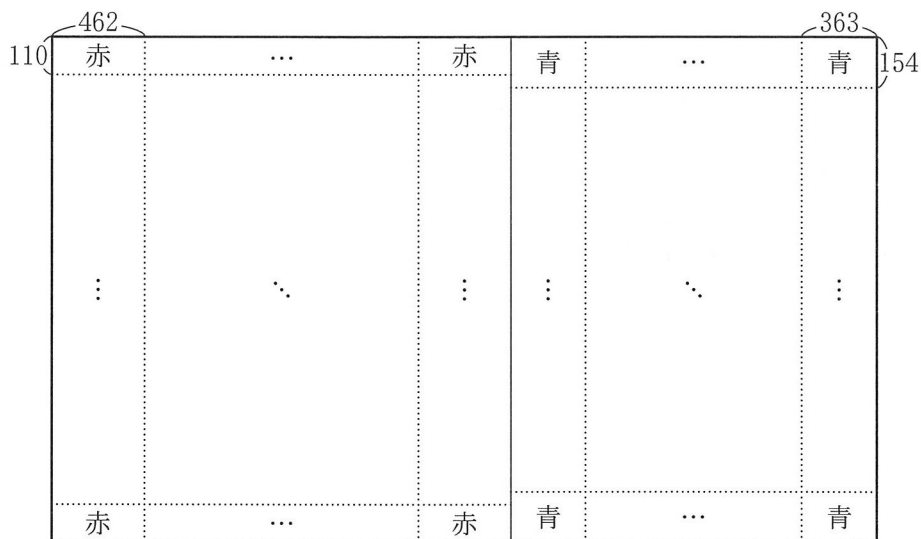


図 2

このとき、赤い長方形を並べてできる長方形の縦の長さ、青い長方形を並べてできる長方形の縦の長さは等しい。よって、図 2 のような長方形のうち、縦の長さが最小のものは、縦の長さが **スセソ** のものであり、図 2 のような長方形は縦の長さが **スセソ** の倍数である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

二人は、次のように話している。

花子：赤い長方形と青い長方形を図 2 のように並べて正方形を作ってみようよ。

太郎：赤い長方形の横の長さが 462 で青い長方形の横の長さが 363 だから、図 2 のような正方形の横の長さは 462 と 363 を組み合わせて作ることができる長さでないといけないね。

花子：正方形だから、横の長さは の倍数でもないといけないね。

462 と 363 の最大公約数は であり、 の倍数のうちで の倍数でもある最小の正の整数は である。

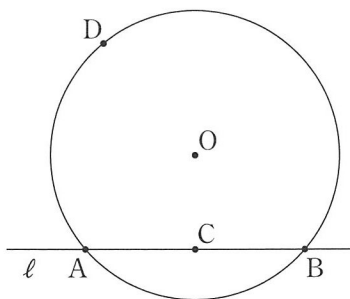
これらのことと、使う長方形の枚数が赤い長方形も青い長方形も 1 枚以上であることから、図 2 のような正方形のうち、辺の長さが最小であるものは、一辺の長さが のものであることがわかる。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 円 O に対して、次の手順 1 で作図を行う。

手順 1

- (Step 1) 円 O と異なる 2 点で交わり、中心 O を通らない直線 ℓ を引く。
 円 O と直線 ℓ との交点を A , B とし、線分 AB の中点 C をとる。
- (Step 2) 円 O の周上に、点 D を $\angle COD$ が鈍角となるようにとる。直線 CD を引き、円 O との交点で D とは異なる点を E とする。
- (Step 3) 点 D を通り直線 OC に垂直な直線を引き、直線 OC との交点を F とし、円 O との交点で D とは異なる点を G とする。
- (Step 4) 点 G における円 O の接線を引き、直線 ℓ との交点を H とする。



参考図

このとき、直線 ℓ と点 D の位置によらず、直線 EH は円 O の接線である。このことは、次の構想に基づいて、後のように説明できる。

(数学 I ・数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

構想

直線 EH が円 O の接線であることを証明するためには、
 $\angle OEH = \boxed{\text{アイ}}$ °であることを示せばよい。

手順 1 の (Step 1) と (Step 4) により、4 点 C, G, H, $\boxed{\text{ウ}}$ は同一円周上にあることがわかる。よって、 $\angle CHG = \boxed{\text{エ}}$ である。一方、点 E は円 O の周上にあることから、 $\boxed{\text{エ}} = \boxed{\text{オ}}$ がわかる。よって、 $\angle CHG = \boxed{\text{オ}}$ であるので、4 点 C, G, H, $\boxed{\text{カ}}$ は同一円周上にある。この円が点 $\boxed{\text{ウ}}$ を通ることにより、 $\angle OEH = \boxed{\text{アイ}}$ °を示すことができる。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

- ① B ② D ③ F ④ O

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

- ① $\angle AFC$ ② $\angle CDF$ ③ $\angle CGH$ ④ $\angle CBO$ ⑤ $\angle FOG$

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

- ① $\angle AED$ ② $\angle ADE$ ③ $\angle BOE$ ④ $\angle DEG$ ⑤ $\angle EOH$

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

- ① A ② D ③ E ④ F

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 円 O に対して, (1)の手順 1 とは直線 l の引き方を変え, 次の手順 2 で作図を行う。

手順 2

(Step 1) 円 O と共有点をもたない直線 l を引く。中心 O から直線 l に垂直な直線を引き, 直線 l との交点を P とする。

(Step 2) 円 O の周上に, 点 Q を $\angle POQ$ が鈍角となるようにとる。直線 PQ を引き, 円 O との交点で Q とは異なる点を R とする。

(Step 3) 点 Q を通り直線 OP に垂直な直線を引き, 円 O との交点で Q とは異なる点を S とする。

(Step 4) 点 S における円 O の接線を引き, 直線 l との交点を T とする。

このとき, $\angle PTS =$ である。

円 O の半径が $\sqrt{5}$ で, $OT = 3\sqrt{6}$ であったとすると, 3 点 O, P, R を通る

円の半径は $\frac{\text{ク} \sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}}$ であり, $RT =$ である。

の解答群

① $\angle PQS$ ② $\angle PST$ ③ $\angle QPS$ ④ $\angle QRS$ ⑤ $\angle SRT$