a を正の実数とする．xy 平面の放物線 $C : y = x^2$ 上に点 $\mathrm{A}(-a,\, a^2)$ をとる．$s > 0$ のとき，x 軸上から点 $\mathrm{P}(s,\, 0)$ に対して，直線 AP と C の 2 つの交点のうち，A とは異なる交点を $\mathrm{Q}(t,\, t^2)$ とする．Q から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点を $\mathrm{P}'(t,\, 0)$ とする．いま，x 軸上の点 $\mathrm{P}_1(c,\, 0)$ $(c > 0)$ から出発して，点 P に対して点 Q，P′ を定めたのと同じ方法で P_1 から点 Q_1，P_2 を定め，同様に P_2 から Q_2，P_3 を定め，この方法を繰り返して，P_1，P_2，P_3，$\cdots$ と Q_1，Q_2，Q_3，$\cdots$ を定める．次の問に答えよ．

(1)　t を a と s を用いて表せ．

(2)　点 P_n $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ の x 座標を x_n とする．数列 $\{u_n\}$ を $u_n = \dfrac{1}{x_n}$ で定める．$\{u_n\}$ の一般項を求めよ．

(3)　直角三角形 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$ の面積を S_n で表す．自然数 r を選んで，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^r S_n$ が正の実数値に収束するようにできる．このような r の値とそのときの極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^r S_n$ を求めよ．

〔2005　神大 理系 前期〕