

$\frac{1}{e} \leq x \leq e$ で定義された関数 $f(x) = x \log x$ に対して、次の問いに答えよ。ここで $\log x$ は x の自然対数であり、 e は自然対数の底である。

- (1) $y = f(x)$ の増減、およびグラフの凹凸を調べて、グラフをかけ。
- (2) 関数 $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ が存在する。その理由を述べよ。また逆関数 $f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めて、 $y = f^{-1}(x)$ のグラフをかけ。
- (3) 定積分 $\int_0^e f^{-1}(x) dx$ を求めよ。

