

追加問題「微分法と積分法②」

1. 0 以上の実数 t に対し, $F(t) = \int_0^1 |x^2 - t^2| dx$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) $F(t)$ を t を用いて表せ.

(2) $t \geq 0$ において, 関数 $F(t)$ が最小値をとるときの t の値を求めよ.

2. 座標平面上の放物線 $y = -x^2 + 2$ を C_1 とし, $0 < t < \sqrt{2}$ に対して, C_1 上の点 $P(t, -t^2 + 2)$ をとる. 点 P を通り x 軸に平行な直線を l とする. また, 点 P を通り, y 軸を軸とし原点を頂点とする放物線を C_2 とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 放物線 C_2 の方程式を求めよ.

(2) 放物線 C_2 と直線 l で囲まれた部分の面積 $S_2(t)$ を t を用いて表せ.

(3) 関数 $S_2(t)$ の $0 < t < \sqrt{2}$ における最大値とそのときの t を求めよ.

(4) 放物線 C_1 と直線 l で囲まれた部分の面積を $S_1(t)$ とするとき, $S_1(t) = S_2(t)$ となる t を求めよ.