

追加問題「整数①」

1. 以下では、 $a = 756$  とし、 $m$  は自然数とする。

(1)  $a$  を素因数分解すると

$$a = 2^{\boxed{\text{ア}}} \cdot 3^{\boxed{\text{イ}}} \cdot \boxed{\text{ウ}}$$

である。

$a$  の正の約数の個数は  $\boxed{\text{エオ}}$  個である。

(2)  $\sqrt{am}$  が自然数となる最小の自然数  $m$  は  $\boxed{\text{カキ}}$  である。 $\sqrt{am}$  が自然数となるとき、 $m$  はある自然数  $k$  により、 $m = \boxed{\text{カキ}}k^2$  と表される数であり、そのときの  $\sqrt{am}$  の値は  $\boxed{\text{クケコ}}k$  である。

2. 最大公約数が 30、最小公倍数が 360 である二つの自然数  $a, b$  の組  $(a, b)$  をすべて求めよ。ただし、 $a < b$  とする。

3.

(1)  $n$  を自然数とすると、 $n^2$  は 4 の倍数かまたは 4 で割った余りが 1 であることを証明せよ。

(2) 自然数  $a, b, c$  が  $a^2 + b^2 = c^2$  をみたすとき、 $a, b$  のうち少なくとも 1 つは偶数であることを証明せよ。