

次の問いに答えよ。ただし n を自然数とする。

(1) $x > 0$ のとき, 不等式 $e^x > 1 + x$ が成り立つことを示せ。

(2) $x > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ。

$$e^x > 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

(3) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。